UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ANCONA
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

# STATICA COMPARATA NONPARAMETRICA: LE AMBIGUITÀ DELLE ELASTICITÀ DI PREZZO

ROBERTO ESPOSTI

QUADERNI DI RICERCA n. 98

QUADERNI DI RICERCA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ANCONA

DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

# STATICA COMPARATA NONPARAMETRICA: LE AMBIGUITÀ DELLE ELASTICITÀ DI PREZZO

ROBERTO ESPOSTI

QUADERNI DI RICERCA n. 98

Dipartimento di Economia
INV. N.
2713
ANCONA

*novembre 1997*

*Comitato scientifico:*

*Renato Balducci*
*Riccardo Lucchetti*
*— Segretario di redazione:*
*Riccardo Lucchetti*
*— Coordinatore:*
*Enzo Pesciarelli*

Ringrazio Jean-Paul Chavas per i preziosi suggerimenti. La responsabilità di quanto scritto rimane comunque mia.

# Statica Comparata Nonparametrica: le Ambiguità delle Elasticità di Prezzo

di Roberto Esposti*

## Abstract

Elasticities estimate is the traditional representation of production response to price changes within the neoclassical theory of the production process. The conventional solution is the econometric estimation of a production, or dual, function, and the following calculation of elasticities. This procedure implies the specification ex-ante of the functional form. Furthermore, due to lacking degrees of freedom, high aggregation across inputs and outputs is required. In this study the price elasticities are found through an alternative calculation of response to price variations. It is the nonparametric analysis of the technology; in this framework, the neoclassic representation is still mantained; nevertheless, no parametric specification of technology is required and no restrictions on parameters to impose theoretical properties are necessary. Nonparametric approach allows to measure outer and inner elasticities, that is elasticities associated with the extreme possible cases compatible with the theoretical restriction. These bounds can provide evidence of substantial ambiguity of the parametric estimates of elasticities whose identification depends on the arbitrary choice of the functional form.

* *Dottorando presso il Dipartimento di Economia dell'Università di Trento. E-mail: robertoe@deanovell.unian.it; tel. 071/2203928.*

# Statica Comparata Nonparametrica:
# le Ambiguità delle Elasticità di Prezzo

INDICE:

Introduzione

1. I fondamenti dell'analisi nonparametrica

    1.1. L'ipotesi "augmented netputs"

2. Limite interno e limite esterno della tecnologia

    2.1. Analisi di sensitività nonparametrica

3. L'applicazione all'agricoltura italiana

    3.1. I dati impiegati

    3.2. I risultati

Considerazioni conclusive

## *Introduzione*

La rappresentazione neoclassica della produzione è fondata su due principi essenziali: l'esistenza di una funzione di produzione, ovvero di una relazione ingegneristica che lega input ed output, che il produttore conosce a priori e sulla frontiera della quale efficientemente si muove; il comportamento ottimizzante dell'imprenditore che, nell'ipotesi di perfetta razionalità ed informazione, di volta in volta consiste nel massimizzare il profitto o minimizzare il costo.

Sebbene successive modifiche possano essere introdotte per tenere conto di informazione limitata, condizioni di incertezza, relativa fissità di alcuni fattori, questi due principi rimangono essenziali nell'analisi neoclassica sia essa teorica che, soprattutto, applicata. Combinata all'ipotesi di mercati perfettamente concorrenziali sia per fattori che per prodotti, l'analisi della produzione si concentra prevalentemente sulla verifica dei rapporti di sostituibilità-complementarietà tra i fattori assumendo che esista la possibilità di infinite combinazioni tra gli stessi. Questa possibilità rende centrale nell'analisi lo studio del comportamento dei fattori e dei prodotti in reazione a variazioni di prezzo, cioè la cosiddetta analisi di statica comparata. Tale informazione è di norma fornita dalla misura delle elasticità rispetto ai prezzi che esprimono la variazione percentuale della domanda di un certo fattore e dell'offerta di un certo output al variare di una unità percentuale del prezzo.

Fino ad alcuni anni fa, a questo approccio teorico e a queste informazioni veniva dato un contenuto empirico attraverso la specificazione parametrica della tecnologia. Tipicamente ed originariamente ciò ha

significato specificazione della funzione di produzione; lo sviluppo della teoria della dualità ha reso possibile l'analisi della tecnologia dal lato della funzione di costo e di profitto facilitando notevolmente l'analisi di statica comparata e, quindi, il calcolo delle elasticità stesse. Tuttavia, la specificazione di una forma funzionale ex-ante è comunque un esercizio arbitrario. Infatti, sebbene la teoria neoclassica imponga ampie restrizioni al comportamento di parametri e dati, vi sono infinite possibili tecnologie che, rispettando la teoria, possono legittimamente candidarsi a rappresentare la reale tecnologia sottostante.

Lo sviluppo, nei primi anni '70, delle forme funzionali flessibili è stata una prima risposta all'esigenza di non esercitare un arbitraria restrizione al comportamento dei dati. L'uso di queste forme funzionali è rapidamente divenuto la pratica prevalente in letteratura. Tuttavia, due elementi essenziali vanno comunque notati. In primo luogo, la pretesa flessibilità viene ampiamente ridotta allorché vengono imposte restrizioni ai parametri secondo teoria. Inoltre, le forme funzionali flessibili in quanto approssimazioni in serie di Taylor del secondo ordine in un punto, non sono altro che forme quadratiche e possono essere a loro volta infinite; sebbene alcune risultino di prevalente uso per ragioni di praticità, la possibilità di scelta rimane illimitata e, quindi, la scelta rimane arbitraria. L'evidenza empirica dimostra che diverse forme funzionali flessibili determinano spesso risultati ampiamente differenti, confermando che il problema rimane aperto (Chavas e Cox, 1995).

Dalla fine degli anni '80 un nuovo approccio all'analisi della produzione neoclassica è emerso. Si tratta di un approccio nonparametrico: nessuna specifica forma funzionale viene definita e, nell'ipotesi di validità della la teoria, vengono analizzati i dati osservati imponendo che questi



rispettino le restrizioni secondo teoria. Le informazioni che ne derivano, perciò, sono ampiamente generali nel senso che non vi è condizionamento da parte del ricercatore sui risultati se non nell'imposizione della teoria.

Per tali ragioni, l'esistenza di infinite possibili tecnologie coerenti con la teoria suggerisce che le elasticità misurate con questo approccio risultano potenzialmente sottoidentificate; in altre parole, a differenza del metodo parametrico, quello nonparametrico non è in grado di individuare esattamente i rapporti di sostituibilità e le elasticità di prodotti e fattori. Fornisce, tuttavia, dei valori di frontiera, dei limiti, che costituiscono gli estremi dell'intervallo di valori che le elasticità possono avere rispettando la teoria. Tale operazione può essere condotta con una disaggregazione più ampia rispetto all'analisi parametrica e ciò consente una analisi della tecnologia più accurata e solleva minori problemi di separabilità[1].

L'analisi parametrica verrà presentata nei suoi elementi essenziali nel primo paragrafo; nel secondo paragrafo, viene descritta la procedura impiegata per calcolare gli estremi dell'intervallo di valori che le elasticità possono assumere. L'applicazione riguarda l'agricoltura italiana con ampia disaggregazione di input ed output. Nel terzo paragrafo, vengono riportati i risultati e si evidenzia come nell'analisi non parametrica le elasticità risultano ampiamente sottoidentificate. Chiudono il lavoro alcune considerazioni conclusive e suggerimenti per futuri sviluppi dell'analisi.

---

*[1] Sui potenziali problemi legati all'aggregazione di fattori e prodotti e relative proprietà di separabilità delle forme funzionali, si veda Chambers (1989). Si veda Chavas-Cox (1988) per quanto riguarda procedure di verifica della proprietà di separabilità.*

## 1. I fondamenti dell'analisi nonparametrica

Si voglia rappresentare la tecnologia produttiva multioutput e multinput di una impresa, in un dato momento nel tempo ed in condizioni di equilibrio competitivo. Tale tecnologia può essere rappresentata come insieme di possibili combinazioni di input ed output; ognuna di queste combinazioni costituisce un vettore di netput. Sia $(y, \mathbf{x})$ questo vettore, con $y \geq 0$ che è uno scalare rappresentante la quantità di uno degli output arbitrariamente scelto e $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)'$ il vettore (n x 1) dei netput che l'impresa sceglie, escluso *y*. Questo può essere ripartito in un vettore degli input $\mathbf{x}_I \leq 0$, ed in uno dei rimanenti output $\mathbf{x}_O \geq 0$ tale che $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_I, \mathbf{x}_O)$[2]. La tecnologia produttiva, l'insieme delle possibili combinazioni di netput tecnicamente possibili, venga rappresentata dall'insieme $F \subset \mathrm{R}^n$; isolando l'output *y* sarà possibile rappresentare la frontiera di questo insieme di possibilità produttive come una usuale funzione di produzione ovvero $y = f(\mathbf{x})$ . L'assunzione fondamentale nell'analisi nonparametrica è che la funzione di produzione così definita soddisfi le tipiche proprietà di una funzione di produzione neoclassica; quindi, si assume che $f(\mathbf{x})$ sia non crescente e concava in $\mathbf{x}$ [3].

*2 Si considera, quindi, negativa la quantità di ogni elemento del vettore di input, mentre è regolarmente positiva per ogni elemento del vettore di output.*

*3 Si noti che l'imposizione di funzione non crescente, dall'apparente significato controintuitivo, è dovuto al fatto che gli input sono espressi con segno negativo. L'assunzione di concavità impone la tradizionale proprietà di rendimenti marginali non crescenti.*



Si assuma che l'impresa in questione si comporti razionalmente massimizzando il profitto, sotto il vincolo tecnologico costituito dalla funzione di produzione, e che sussista un regime di perfetta concorrenza; in tal caso l'impresa si comporta come price-taker. Sia dunque $\mathbf{r} = (r_1, \ldots, r_n) > 0$ il vettore (n x 1) dei prezzi di mercato relativi al vettore di netput $\mathbf{x}$ e $p > 0$ il prezzo dell'output *y*. Ne consegue che il problema di massimizzazione profitto dell'impresa sarà così rappresentabile:

$$\pi(\mathbf{r}, p) = max_{y,x}\{\, py + \mathbf{r}'\mathbf{x}:\ y \leq f(\mathbf{x}),\ y \geq 0, \quad \mathbf{x} = (\mathbf{x}_O, \mathbf{x}_I), \mathbf{x}_O \geq 0,\ \mathbf{x}_I \leq 0 \,\} \tag{1}$$

dove $\pi(\mathbf{r}, p)$ è la funzione di profitto indiretta. L'impresa risolve il problema di ottimizzazione in (1) definendo il livello ottimo di offerta degli output e di domanda dei fattori. Tale soluzione è indicata con $\mathbf{x}^*(\mathbf{r}, p)$ e $y^*(\mathbf{r}, p)$.

Qualora l'impresa, od un aggregato di imprese, venga osservata nel tempo, si potrà disporre di $\tau$ osservazioni relative al suo comportamento decisionale, ove ogni osservazione corrisponde ad una scelta produttiva compiuta in un diverso momento nel tempo. Sia T l'insieme di queste osservazioni: $T = \{1, 2, \ldots, \tau\}$. La t-esima osservazione relativa alle decisione di impiego di input e produzione di output è indicata dal vettore $(y_t, \mathbf{x}_t)$ con $\mathbf{x}_t = (x_{1t}, \ldots, x_{nt})'$, mentre quello dei prezzi allo stesso periodo è $(p_t, \mathbf{r}_t)$ con $\mathbf{r}_t = (r_{1t}, \ldots, r_{nt})$ con $t \in T$. Sulla scorta di

queste osservazioni, e assumendo che l'impresa abbia comportamento ottimizzante cioè $\left(y_t, \mathbf{x}_t\right) = \left(y_t^*, \mathbf{x}_t^*\right)$, è possibile analizzare l'evoluzione delle scelte ottime, coincidenti per ipotesi con quelle osservate, nel tempo. In questo senso, l'analisi nonparametrica costituisce una alternativa all'analisi parametrica della tecnologia.

Dato il comportamento ottimizzante, la tecnologia sottostante dovrà essere tale per cui le scelte osservate siano effettivamente ottime dati i prezzi. Allo scopo, si definisce una *funzione di produzione* $y = f(\mathbf{x})$ *che razionalizza i dati* $\{y_t, \mathbf{x}_t; p_t, \mathbf{r}_t : t \in T\}$ quella per cui risulta $\left(y_t, \mathbf{x}_t\right) = \left( y_t^*(\mathbf{r}_t/p_t),\ \mathbf{x}_t^*(\mathbf{r}_t/p_t) \right)$ per ogni $t \in T$. Come presumibilmente risulta chiaro fin da ora, non vi è alcuna garanzia che esista una unica soluzione al problema. In altre parole, potrebbe non esistere alcuna plausibile funzione che razionalizza i dati osservati oppure, al contrario, potrebbero esistere molteplici od infinite funzioni candidate. L'elemento fondante dell'analisi parametrica è, in effetti, il principio sulla scorta del quale è possibile individuare tale funzione.

Questo principio definisce il collegamento chiave tra il comportamento osservato e la teoria della produzione che massimizza il profitto secondo la (1). Si tratta del cosiddetto *Weak Axiom of Profit Maximization (WAPM)*; questo, nella sua originale formulazione (Afriat, 1972) è così espresso:

> *In condizioni di massimizzazione del profitto secondo la (1) i dati soddisfano la seguente condizione:*



$$(2) \qquad p_t y_t + \mathbf{r}_t'\mathbf{x}_t \geq p_t y_s + \mathbf{r}_t'\mathbf{x}_s \quad \text{per ogni } s,t \in T.$$

Tale proposizione risulta, apparentemente, di scarsa efficacia ai nostri fini. Tuttavia, il WAPM può essere alternativamente formulato (Varian, 1984). Se, infatti, vale il WAPM allora *esiste una funzione di produzione non crescente e concava che razionalizza i dati in T secondo la (1).*

Il WAPM definisce, dunque, le condizioni per l'esistenza di un insieme di possibilità produttive che razionalizza le scelte osservate. L'equazione in (2) afferma che il profitto osservato al tempo t è almeno equivalente al profitto che si sarebbe potuto ottenere usando ogni altra decisione di produzione osservata, e perciò possibile. Se tale condizione è rispettata, è possibile definire una rappresentazione della tecnologia $y = f(\mathbf{x})$ sottostante, e non nota, sulla scorta dei dati osservati. In altre parole, date le osservazioni è possibile "ricostruire" una tecnologia coerente con il WAPM. L'assunzione di fondo di tale approccio è, perciò, il comportamento ottimizzante della impresa; poiché ciò implica il rispetto del WAPM per ogni osservazione, tale assunzione garantisce che i dati possano essere impiegati per la rappresentazione della tecnologia sottostante.

Tuttavia, la proposizione sopra riportata, nasconde due rilevanti questioni. Affinché sia sufficiente ad individuare la tecnologia sottostante, è necessaria una assunzione piuttosto forte, che implicitamente è alla base della originale formulazione dell'analisi nonparametrica della produzione secondo Afriat e Varian. Si assume, cioè, che tutte le osservazioni in T siano associate alla stessa tecnologia; la tecnologia che si "ricostruisce" è dunque assunta costante nel tempo. Ma ciò non è chiaramente plausibile dal momento che il settore agricolo italiano è stato coinvolto negli ultimi

decenni da una crescita tecnologica rilevante (Esposti, 1997); l'ipotesi di tecnologia costante è quindi non difendibile. Per poter impiegare l'analisi nonparametrica in caso di progresso tecnico è necessario estendere adeguatamente l'approccio.

La seconda questione riguarda il fatto che il WAPM garantisce l'esistenza di una funzione di produzione che razionalizza i dati, ma non garantisce affatto che questa sia unica. In altre parole, vi è un sostanziale problema di sottoidentificazione, potendo essere infinite le tecnologie che, secondo i dati osservati, soddisfano il WAPM. L'analisi nonparametrica è comunque in grado di definire due rappresentazioni che costituiscono i casi limite di questa famiglia di plausibili funzioni. In virtù di questo, piuttosto che stime puntuali, l'analisi nonparametrica fornisce degli intervalli entro i quali le elasticità possono "muoversi" salvaguardando le proprietà neoclassiche della funzione di produzione cioè rispettando il WAPM.

### *1.1. L'ipotesi "augmented netputs"*

Essendo alla base dell'approccio nonparametrico, il rispetto del WAPM da parte di tutti i dati osservati è condizione essenziale per definire la tecnologia sottostante[4]. In gran parte dei casi, tuttavia, il WAPM viene violato per almeno alcune delle osservazioni. In prima istanza, tale comportamento dei dati denuncia il mancato rispetto dell'assunzione di comportamento massimizzante il profitto, e ciò inficerebbe la possibilità di

*4 L'approccio non parametrico secondo l'impostazione di Varian (1982) è stato originalmente pensato come un metodo per testare la validità dell'ipotesi di massimizzazione del profitto. Vi è una ampia letteratura di contributi empirici che applicano il WAPM a questo fine (Lim e Shumway, 1992a).*



condurre l'analisi secondo gli schemi in precedenza descritti[5]. Tuttavia, ad una approfondita analisi, la violazione del WAPM può avere altre cause. In generale, infatti, i dati osservati possono riferirsi a differenti tecnologie di riferimento. Nel caso di dati cross-sezionali ciò è motivato da diversi livelli di efficienza nell'uso dei fattori da parte di diverse tipologie di imprese ed imprenditori; tale circostanza può essere particolarmente rilevante nel caso del settore agricolo.

Nel caso di dati aggregati e di serie storiche, la violazione del WAPM è altamente probabile a causa del fatto che il progresso tecnico determina continuo spostamento verso l'altro della frontiera produttiva (Solow, 1957); l'individuazione della tecnologia sottostante sulla scorta di queste osservazioni è, perciò, intrinsecamente inconsistente non esistendo una unica frontiera produttiva.

Esiste, tuttavia, la possibilità di estendere l'approccio nonparametrico presentato al fine di tenere conto del progresso. Il primo passo consiste nel distinguere tra *netput osservati* $(y_t, \mathbf{x}_t)$ e *netput efficaci* indicati con $(Y_t, \mathbf{X}_t)$, e ridefinire la tecnologia sulla base di questi. Ciò è possibile formulando una *augmentation hypotesis* (Chavas e Cox, 1990). Si assuma che netput osservati ed efficaci siano legati dalle seguenti relazioni:

$$(4) \qquad X_{it} = X(x_{it}, A_{it}) \quad \text{e} \quad Y_{it} = Y(y_t, B_t), \quad i \in N, \; t \in T$$

*5 In realtà e soprattutto nel settore agricolo, in numerosi casi il comportamento prevalente è quello di minimizzazione del costo; in questo caso l'analogo del WAPM è il WACM (Weak Axiom of Cost Minimization) (Featherstone e Rahman, 1996).*

ove $X(x, .)$ e $Y(y, .)$ sono due funzioni crescenti one-to-one e $A_{it}$ e $B_t$ sono indici tecnologici associati con i relativi netput e la t-esima osservazione. La (4) è l'espressione formale della *augmentation hypotesis*: l'indice tecnologico esprime la maggiore efficacia dei netput nel tempo "convertendo" la quantità osservata in una quantità efficace. Su questa base, la (1) può essere riformulata nel seguente modo:

(5)

$$\pi(\mathbf{r}_t/p_t,\mathbf{A}_t,B_t) = max_{y,\mathbf{x}}\{\ p_t y+\mathbf{r}_t'\mathbf{x} : Y(y,B_t) \le f(\mathbf{X}(\mathbf{x},A_t))\,;\ y\ge 0,\ \mathbf{x}=(\mathbf{x}_O,\mathbf{x}_I),\ \mathbf{x}_O\ge 0,\ \mathbf{x}_I\le 0\ \}$$

per $t \in T$, dove $A_t = (A_{1t},\ldots,A_{nt})'$ è un vettore (n x 1) di parametri. La nuova funzione di produzione $Y_t = f(\mathbf{X}_t)$ esprime la cosiddetta *tecnologia efficace*, espressa in termini di netput efficaci. Così ridefinito, l'approccio nonparametrico consente l'introduzione di progresso tecnico; ciò avviene mediante gli indici $A$ e $B$ che determinano la trasformazione dei netput osservati in netput efficaci (Chavas e Cox, 1992; Esposti, 1997).

Le funzioni nella (4) possono essere invertite e espresse come: $x_{1t} = x(X_{1t}, A_{it})$ e $y_t = y(Y_t, B_t),\ i \in N, t \in T$. Al fine di rendere empiricamente utile l' *augmentation hypotesis*, è tuttavia necessario formulare una specificazione delle suddette funzioni. Data la semplicità ed il



frequente uso in letteratura, in questo contributo si sceglie la cosiddetta specificazione addittiva o *translating hypotesis*[6]:

(6) *translating hypotesis*: $x_i = X_i + A_i$ e $y = Y + B$

E' dunque possibile riscrivere la massimizzazione del profitto nella (5) sostituendo le $x$ e $y$ con i valori secondo la (6). Questo nuovo problema di ottimizzazione è un normale problema di massimizzazione del profitto analogo al più tradizionale (1). In quest'ultimo, però, la funzione di profitto indiretta ha come argomenti sia i prezzi che gli indici $A_t$ e $B_t$, riguardando i valori efficaci $X$ e $Y$, non quelli effettivamente osservati. Il WAPM stesso andrà riformulato nella seguente forma:

(7)

$$p_t\left[y_t - B_t\right] + \mathbf{r}_t'\left[\mathbf{x}_t - \mathbf{A}_t\right] \ge p_t\left[y_s - B_s\right] + \mathbf{r}_t'\left[\mathbf{x}_s - \mathbf{A}_s\right],\ s,t \in T$$

Come in precedenza, dunque, l'assunzione di un comportamento che rispetta il WAPM consente di ricostruire la tecnologia mediante i dati osservati. In questo caso, la tecnologia che viene definita è quella efficace e vi è, perciò, il problema in più di individuare gli indici tecnologici che rispettando la (7) consentono di calcolare i netput efficaci[7]. La definizione dei parametri $A$ e $B$ non è univoca; il rispetto della (7) può essere infatti

---

[6] *Una ipotesi alternativa è la cosiddetta ipotesi moltiplicativa (o scaling hypotesis) cioè:* $x_i = (X_i \cdot A_t)$ *e* $y = (Y \cdot B)$ *per* $t \in T$. *Tale specificazione conduce ad una espressione del WAPM non lineare negli indici A e B. Ciò rende l'ipotesi moltiplicativa più difficile da utilizzare empiricamente di quella additiva.*

conseguito con infinite combinazioni dei parametri stessi. Sembra, quindi, opportuno scegliere i valori dei parametri che definiscano una tecnologia efficace il più possibile vicina ai dati; in altre parole, individuare i più piccoli indici tecnologici che consentano il rispetto del WAPM da parte dei dati osservati. Tale scelta si risolve nel seguente problema di programmazione lineare:

$$(8) \qquad min_{\mathbf{A},B}\left\{\Sigma_t\left[\left(A_t\right)^2+\left(B_t\right)^2\right]:\ \text{eq. (7)}\right\}$$

La soluzione della (8) consente dunque di definire la tecnologia in termini di netput efficaci secondo la funzione di produzione $Y_t = f(\mathbf{X}_t)$. Nell'analisi che segue, dunque, ci si riferirà a tecnologia ed input in termini di grandezze efficaci.

## 2. Limite interno e limite esterno della tecnologia

Nell'ambito della famiglia di funzioni efficaci candidate a rappresentare coerentemente la tecnologia sottostante, due particolari funzioni di produzione rivestono particolare interesse. Come dimostrato da Afriat (1967), infatti, è possibile limitare questa famiglia di funzioni con due casi estremi. La fig. 1 presenta per il semplice caso di due sole osservazioni (1 e 2) e due input, questi casi limite.

*7 Questo approccio basato sul concetto di effective netputs impiega tutti i dati per la costruzione della tecnologia; l'ipotesi, quindi, è che tutte le osservazioni rispettino il WAPM.*



Mancando altre informazioni, le osservazioni di cui si dispone rendono consistenti con la teoria infiniti isoquanti di produzione. Date le quantità ($x_1$ e $x_2$) ed i prezzi osservati nei due casi, la teoria rende incompatibile un isoquanto che non sia compreso tra i due isoquanti limite; l'isoquanto IN costituisce la struttura di produzione più rigida (cioè con minore sostituibilità tra i fattori) accettabile alla luce della teoria e delle osservazioni: questa è il cosiddetto limite interno della funzione di produzione. L'isoquanto OUT, invece, rappresenta la tecnologia con la massima sostituibilità tra i due input: è il cosiddetto limite esterno.

Questa semplice idea può essere generalizzata al caso di funzione di produzione multioutput e multinput; inoltre, secondo quanto sopra descritto, al fine di tenere conto del progresso tecnico e rendere il WAPM consistente con questo, output ed input possono essere espressi in termini di netput efficaci. In questo modo è possibile definire le due tecnologie efficaci estreme[8].

Si consideri la seguente funzione di produzione:

(9)

$$F^I(\mathbf{X}) = max_\theta\left[\sum_t Y_t\,\theta_t:\ \sum_t \mathbf{X}_t\,\theta_t \geq \mathbf{X};\ \sum_t \theta_t = 1;\ \theta_t \geq 0;\ t \in T\right]$$

*8 Per una trattazione più rigorosa da un punto di vista analitico e per le relative dimostrazioni si veda Chavas e Cox (1995).*

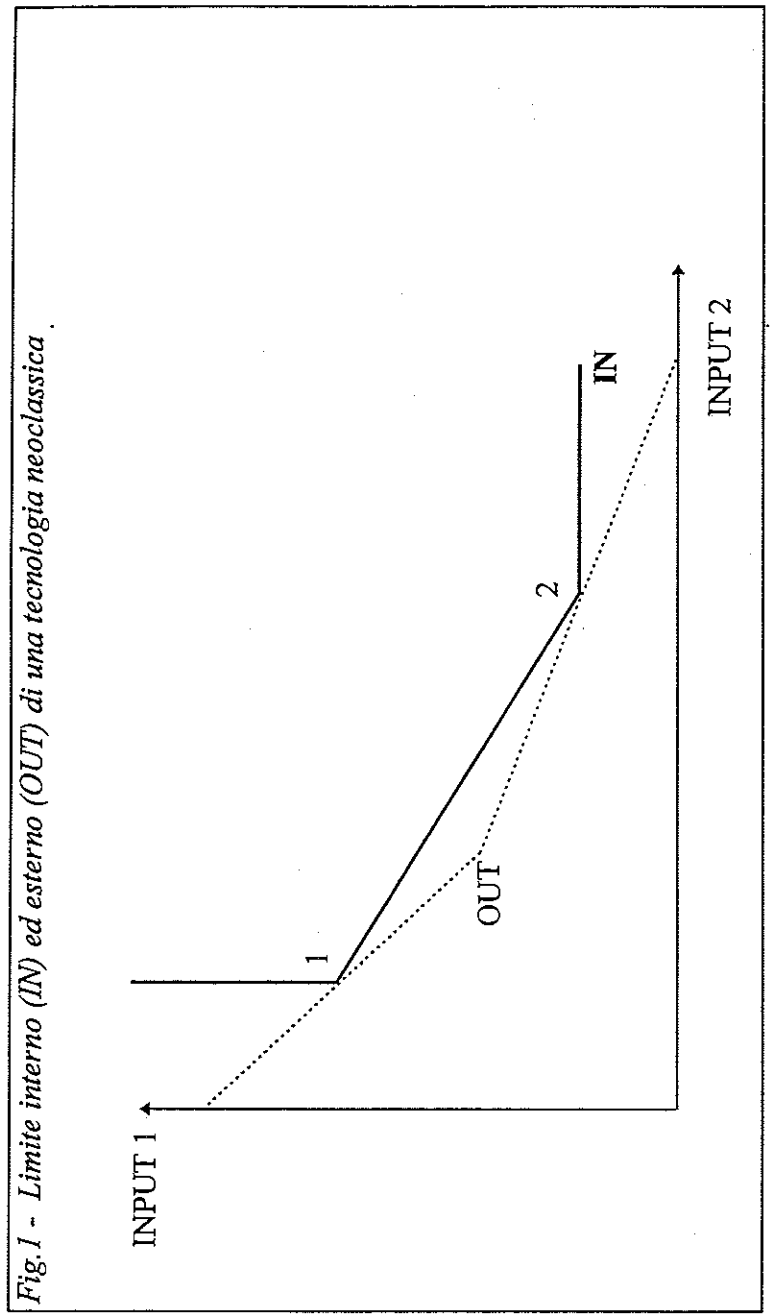


*Fig.1 - Limite interno (IN) ed esterno (OUT) di una tecnologia neoclassica*

Si dimostra che questa funzione risulta non crescente e concava in **X** quindi è legittimamente parte della famiglia di funzioni compatibili con i requisiti neoclassici; il seguente Lemma sancisce questo principio:

***Lemma 1:*** *Se il WAPM secondo la (7) è rispettato, la funzione* $F^I(\mathbf{X})$ *è una legittima rappresentazione della tecnologia che razionalizza i dati* $\{(Y_t, \mathbf{X}_t; p_t, \mathbf{r}_t): t \in T\}$ *secondo la (5).*

Nel semplice caso di due input ed un livello di output con due sole osservazioni in fig.1, tale funzione è rappresentata dall'isoquanto IN. Analogamente, si consideri la funzione:

$$F^O(\mathbf{X}) = min_t \left[ Y_t + (\mathbf{r}_t/p_t)' [\mathbf{X}_t - \mathbf{X}], \; t \in T \right], \quad \mathbf{X} = (\mathbf{X}_O, \mathbf{X}_I), \; \mathbf{X}_O \geq 0, \; \mathbf{X}_I \leq 0 \tag{10}$$

Anche in questo caso la funzione è per costruzione non crescente e concava in **X**, e vale il seguente:

***Lemma 2:*** *Se il WAPM secondo la (7) è rispettato, la funzione* $F^O(\mathbf{X})$ *è una legittima rappresentazione della tecnologia che razionalizza i dati* $\{(Y_t, \mathbf{X}_t; p_t, \mathbf{r}_t): t \in T\}$ *secondo la (5).*

In fig. 1 la funzione $F^O(\mathbf{X})$ è rappresentata dall'isoquanto OUT la cui inclinazione è definita, come si può dedurre dalla (10), dal rapporto tra i prezzi $(\mathbf{r}_t / p_t)$ osservato in 1 e 2.

Queste due funzioni non sono solo due legittime rappresentazioni della tecnologia sottostante; il loro interesse è costituito dal fatto che esse costituiscono i due casi limite entro cui la funzione di produzione sottostante è compresa. Vale infatti la seguente Proposizione:

***Proposizione:*** *Se il WAPM secondo la (7) è rispettato, le funzioni* $F^I(\mathbf{X})$ *e* $F^O(\mathbf{X})$ *definiscono, rispettivamente, il caso-limite interno ed il caso-limite esterno della tecnologia sottostante f(X); cioè risulta:*

$$F^I(\mathbf{X}) \le f(\mathbf{X}) \le F^O(\mathbf{X}), \qquad \mathbf{X} = (\mathbf{X}_O, \mathbf{X}_I),\ \mathbf{X}_O \ge 0,\ \mathbf{X}_I \le 0 \tag{11}$$

*ove f(X) è una funzione di produzione non crescente e concava in X che razionalizza i dati* $\{(Y_t, \mathbf{X}_t; p_t, \mathbf{r}_t):\ t \in T\}$ *secondo la (5) e tale che* $f(\mathbf{X}) = y,\ \forall\, t \in T$.

Questa proposizione costituisce un risultato fondamentale nell'analisi non parametrica della produzione. Se è vero, infatti, che esistono molteplici funzioni di produzione concave e non crescenti che razionalizzano i dati osservati secondo il WAPM sulla scorta delle restrizioni, è però possibile restringere il campo di queste possibili alternative: tutte saranno comprese



tra $F^I(\mathbf{X})$ e $F^O(\mathbf{X})$ cioè saranno meno rigide, in termini di rapporti di sostituibilità dei fattori, di $F^I(\mathbf{X})$ e più rigide di $F^O(\mathbf{X})$ .

### *2.1. Analisi di sensitività nonparametrica*

L'interesse principale nel condurre analisi di statica comparata è rappresentato dalla possibilità di ottenere funzioni di domanda dei fattori e di offerta dei prodotti. Tale informazione, nell'ipotesi di massimizzazione del profitto, viene ottenuta risolvendo il problema di ottimizzazione per diversi livelli di prezzo; così facendo si ottengono i valori ottimali di domanda e offerta, $\mathbf{x}^*(\bar{\mathbf{r}}_t / \bar{p}_t)$ e $y^*(\bar{\mathbf{r}}_t / \bar{p}_t)$, per il dato vettore di prezzi $(\bar{\mathbf{r}}_t / \bar{p}_t)$. Nel caso dell'analisi parametrica, dal momento che non è univocamente identificata la funzione di produzione, funzioni di domanda e offerta sono a loro volta non univocamente definibili; esisteranno, perciò, molteplici funzioni di domanda ed offerta compatibili con i requisiti neoclassici e che provengono da funzioni di produzione che razionalizzano i dati.

Tuttavia, seguendo la logica precedente, sarà possibile definire la risposta a variazioni del vettore dei prezzi relativamente alle due funzioni limite. In entrambe queste funzioni è possibile definire la domanda di fattori e offerta di prodotti risolvendo i relativi problemi di massimizzazione del profitto; nel caso del limite interno questo sarà:

(12)

$$\pi^{I}(\mathbf{r}/p) = max_{Y,\mathbf{X}} \{\ p_t Y + \mathbf{r}_t'\mathbf{X} : \Sigma_t Y_t\,\theta_t \geq Y;\ \Sigma_t \mathbf{X}_t\,\theta_t \geq \mathbf{X};$$
$$\Sigma_t \theta_t = 1;\ \theta_t \geq 0;\ t \in T,\ Y \geq 0,\ \mathbf{X} = (\mathbf{X_O}, \mathbf{X_I}),\ \mathbf{X_O} \geq 0,\ \mathbf{X_I} \leq 0\ \}$$

Analogamente, nel caso della tecnologia esterna:

$$\pi^{O}(\mathbf{r}/p) = max_{Y,\mathbf{X}} [\ p_t Y + \mathbf{r}_t'\mathbf{X} :\ Y \leq Y_t + (\mathbf{r}_t/p)'[\mathbf{X}_t - \mathbf{X}],$$
(13)
$$t \in T,\ Y \geq 0,\ \mathbf{X} = (\mathbf{X_O}, \mathbf{X_I}),\ \mathbf{X_O} \geq 0,\ \mathbf{X_I} \leq 0\ ]$$

Si tratta di due distinti problemi di programmazione lineare[9] i quali produrranno due distinte soluzioni ottime cioè $(Y^{I*}, X^{I*})$ e $(Y^{O*}, X^{O*})$. Calcolando queste soluzioni per diversi valori dei prezzi sarà possibile definire le elasticità di domanda e offerta nei due casi. Tali elasticità risulteranno con ogni probabilità distinte. Considerando le elasticità dirette, la tecnologia esterna definisce le elasticità massime, in valore assoluto, compatibili con una tecnologia neoclassica e con il WAPM; nel caso della tecnologia interna, si otterranno le elasticità dirette col minimo valore assoluto. Tra questi due estremi di risposta al cambiamento dei prezzi si collocherà l'effettiva elasticità della tecnologia sottostante.

*9 La soluzione di questi problemi di ottimizzazione è stata ottenuta impiegando il software GAMS/MINOS.*



Una applicazione di questo approccio viene di seguito presentata; si tratta di una analisi della elasticità di domanda ed offerta nel caso dell'agricoltura italiana nel periodo 1953-1991.

## *3. L'applicazione all'agricoltura italiana*

### *3.1 I dati impiegati*

Al fine di condurre l'analisi descritta nei paragrafi precedenti, sono necessarie le serie storiche di prezzi e quantità dei diversi aggregati di input ed output considerati. I dati su prezzi e quantità sono ottenuti dalla banca dati AGRIFIT (Caiumi et al., 1995) in cui le serie storiche sono disponibili per l'intero periodo 1952-1991.

Sono stati presi in considerazione i seguenti aggregati di output: cereali (CER), produzioni orticole (VEG), produzioni frutticole (FRU), altre produzioni da pieno campo (OTH)[10], produzioni animali (ANI), produzioni foraggiere (FOD). Dal lato degli input gli aggregati considerati sono i seguenti: capitale (KAP), terra (TER)[11], lavoro familiare (ULI), lavoro salariato (ULD), input per la produzione vegetale (FIN), input per la produzione animale (SIN), altri input (MIX)[12]. Queste serie sono state ottenute dalle serie elementari della banca dati aggregando le quantità di output ed input mediante indici di Tornqvist. Gli indici di prezzo sono

*10 Le produzioni principali che rientrano in questo aggregato sono colture industriali quali barbabietola, pomodoro, oleaginose.*
*11 Si intende la terra nuda, senza miglioramenti fondiari.*
*12 La voce principale di questo aggregato è la spesa in energia.*

invece ottenuti come indici impliciti, così che il prodotto di indice di prezzo e quantità sia uguale al dato in valore.

Non si vuole approfondire gli aspetti tecnici relativi alla costruzione delle serie storiche; per questo si rimanda al riferimento bibliografico. Si precisa solo che relativamente al lavoro, il prezzo della componente autonoma è stato assunto uguale a quello del lavoro salariato. Sebbene, infatti, la remunerazione del lavoro familiare non necessariamente corrisponde al salario, nel lungo periodo, allorché anche il lavoro autonomo può essere considerato variabile, il salario costituisce la migliore informazione in termini di costo opportunità del lavoro autonomo stesso[13].

Il calcolo delle elasticità viene realizzato seguendo l'approccio di Chavas e Cox (1995); si impone uno shock di prezzo e si verifica di quanto è mutata la domanda ottimale dei fattori e la offerta ottimale di prodotti. Tale shock consiste nell'imporre una variazione in entrambi i sensi (aumento o diminuzione) del 20% dell'indice di prezzo. L'anno di riferimento per calcolare tale variazione è il 1971. La scelta dell'entità dello shock può essere di importanza critica; infatti, si tratta di produrre uno shock sufficiente a determinare una variazione nella combinazione ottima di fattori e prodotti; tuttavia, uno shock eccessivo può determinare elasticità molte elevate dal momento che la rappresentazione della tecnologia è una spezzata e lo spostamento da un punto ottimale ad un altro può non essere possibile. Inoltre, si vuole evitare di introdurre variazioni che siano superiori all'intervallo dei dati realmente osservati[14].

---

*13 Per lavoro autonomo si intende il lavoro dell'imprenditore e della famiglia agricola.*
*14 Questo modo di procedere è stato comunque sottoposto a critica; allo scopo si veda Lambert (1996) e Chavas e Cox (1996).*



*6.2 I risultati*

Osservando i risultati riportati nelle tabb.1-4, alcune considerazioni generali sembrano necessarie. Le elasticità incrociate sono tutte di entità piuttosto ridotta mentre sono più accentuate le elasticità dirette. In generale, emerge una tecnologia piuttosto rigida che suggerisce la ridotta dipendenza delle scelte allocative e produttive dal sistema dei prezzi. Ciò conferma quanto emerso in precedenti analisi condotte con metodi parametrici (Esposti e Pierani, 1997).

Le elasticità dirette sono peraltro tutte di segno corretto; infatti, le funzioni di domanda appaiono correttamente inclinate verso il basso e, viceversa, quelle di offerta inclinate verso l'alto. Il corretto comportamento delle matrici rappresentate nelle tabelle 1-2 non è comunque sorprendente. Nel metodo nonparametrico, infatti, poiché la validità del WAPM è ovunque verificata, le proprietà della funzione di produzione neoclassiche, e quindi l'inclinazione di funzioni di domanda ed offerta, vengono sempre rispettate. Diverso è il discorso per le tabelle 3-4 in cui gli effetti della variazione dei prezzi dei fattori sulle produzioni e viceversa non sono vincolati nel segno dalla teoria.

L'altro dato generale è l'ampia differenza tra elasticità secondo il limite esterno ed interno della tecnologia. Come precisato si tratta in entrambi i casi di elasticità compatibili con la teoria. Come preventivabile, il limite interno fornisce sempre elasticità dirette più piccole. Ciò perché tale limite interno rappresenta una funzione di produzione più concava del limite esterno. Il caso più eclatante al proposito è rappresentato dall'aggregato OTH che può assumere elasticità diretta compatibili ad una tecnologia neoclassica compresa tra 2,6 e 0,4. E' evidente che l'informazione che

deriva da tale tipo di risultato è piuttosto ridotta dal momento che esiste tutta una famiglia di possibili funzioni di produzione che possono dare risultati ampiamente diversi eppure tutti compatibili con la teoria.

Nel caso dei fattori di produzione (tab. 2) questo dato è ancora più evidente: l'aggregato FIN (mezzi tecnici per la produzione vegetale) assume elasticità diretta compresa tra -3,8 e -0,3. In questo senso, la indeterminatezza che emerge dall'analisi dei dati italiani è superiore al caso statunitense (Chavas e Cox, 1995). Anche in quel caso, comunque, il dato principale è proprio l'ambiguità di fondo che le misure delle elasticità secondo questo metodo sollevano a proposito della reale tecnologia sottostante.

Considerando le elasticità incrociate il divario tra le due tecnologie limite risulta inferiore; però, un'altra ambiguità entra in gioco. In molti casi, sia per i prodotti che per i fattori, le due elasticità assumono segno diverso. Sebbene si tratti di elasticità di norma contenute, alcuni di questi casi appaiono emblematici; la variazione percentuale della quantità prodotta dell'aggregato FRU oscilla tra il -0,36 e 0,28 alla variazione di un punto percentuale del prezzo dell'aggregato VEG.

L'ampia variazione che possono assumere le elasticità tra i due casi estremi è comunque più contenuta rispetto all'approccio di Banker e Maindiratta (1988) nel quale vi sono frequentemente elasticità che si muovono nell'intervallo tra 0 ed infinito. L'ipotesi di augmented input, che differenzia il presente approccio dall'altro sembra essere utile allo scopo di limitare l'intervallo di valori che le elasticità possono assumere.

Al fine di meglio cogliere le informazioni che il metodo può fornire, in tab.5 vengono riportate le elasticità dei fattori trattati ad un maggior livello di aggregazione (LAV = lavoro totale; MAT = mezzi



tecnici; KAP = capitale; TER = terra)[15]. Si noti anche in questo caso la notevole diversità tra i casi limite delle elasticità ed il corretto segno delle elasticità dirette. Tra queste ultime si segnala il caso del lavoro per il quale l'intervallo di variazione sembra abbastanza contenuto e suggerirebbe una maggiore rigidità del fattore lavoro rispetto agli altri input produttivi.

Per quanto riguarda i rapporti di sostituibilità tra gli input, si noti la difficoltà di individuare con chiarezza l'entità e, talvolta, il segno di tale rapporto. Solo il rapporto capitale/lavoro sembra inequivocabilmente indicare sostituibilità tra i due input confermando precedenti analisi parametriche relative all'agricoltura italiana (Esposti e Pierani, 1997). Questa elasticità appare, comunque, di entità abbastanza limitata.

## *Considerazioni conclusive*

L'analisi di statica comparata secondo l'approccio nonparametrico pone in luce con chiarezza la potenziale sottoidentificazione dell'analisi della produzione neoclassica. Assumere una funzione di produzione concava, e quindi un'insieme di produzione convesso, lascia ampi margini di incertezza sulla reale tecnologia sottostante.

I possibili valori che le elasticità rispetto ai prezzi possono assumere nel rispetto della teoria neoclassica variano in un intervallo talvolta molto ampio. Al fine di ricavare informazioni più precise è dunque necessario ricorrere a qualche ipotesi ed assunzione ad hoc. Ciò che fa l'analisi parametrica è esattamente assumere ex-ante una forma funzionale

---

*15 In questo caso lo shock considerato è una variazione del 15% del prezzo.*

ed identifica le elasticità mediante la stima dei parametri della funzione di produzione stessa.

Ne consegue che è proprio l'assunzione della forma funzionale nonché la procedura di stima impiegata per identificare univocamente i parametri a risultare cruciale per la conoscenza della tecnologia. Le sole ipotesi neoclassiche possono ben poco nel fornire informazioni sulla tecnologia, vista le variazioni che le elasticità compatibili con la teoria assumono in entità e segno.

Un interessante possibile sviluppo futuro consiste nell'impostare l'analisi parallela seguendo approcci nonparametrici e parametrici e comparare gli intervalli tra le elasticità limite ricavate nell'approccio nonparametrico e gli intervalli di confidenza definibili intorno alle stime parametriche delle elasticità. In questo modo può essere evidenziato il reale guadagno in termini di conoscenza che l'approccio parametrico può fornire a fronte di una arbitraria scelta della forma funzionale. Sulla scorta di quanto evidenziato, la scelta arbitraria, da parte del ricercatore, della forma funzionale e della procedura di stima è foriera di maggiori informazioni di quanto non lo sia l'imposizione di comportamento neoclassico cioè del WAPM.



*Tabella 1. Elasticità al prezzo dei prodotti (il primo valore costituisce l'elasticità esterna, il secondo l'elasticità interna)*

| *Prezzi:* | *CER* | *VEG* | *OTH* | *FOD* | *FRU* | *ANI* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Quantità:* | | | | | | |
| *CER* | *1.28* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* |
| | *0.19* | *0.02* | *-0.08* | *-0.19* | *0.19* | *0.17* |
| *VEG* | *0.00* | *0.99* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *-0.57* |
| | *0.12* | *0.29* | *0.12* | *-0.12* | *0.12* | *0.08* |
| *OTH* | *0.00* | *0.00* | *2.59* | *0.00* | *0.00* | *0.00* |
| | *1.15* | *0.15* | *0.44* | *-0.15* | *0.15* | *0.42* |
| *FOD* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.63* | *0.00* | *0.00* |
| | *-0.16* | *-0.11* | *0.00* | *0.16* | *-0.16* | *-0.04* |
| *FRU* | *0.00* | *-0.38* | *-0.19* | *0.00* | *0.96* | *-0.05* |
| | *0.36* | *0.29* | *0.06* | *-0.36* | *0.36* | *0.19* |
| *ANI* | *-0.07* | *-0.45* | *-0.11* | *0.07* | *-0.03* | *0.63* |
| | *0.10* | *0.08* | *0.16* | *-0.09* | *0.09* | *0.35* |

*Tabella 2. Elasticità al prezzo dei fattori (il primo valore costituisce l'elasticità esterna, il secondo l'elasticità interna)*

| *Prezzi:* | *FIN* | *SIN* | *MIX* | *KAP* | *TER* | *ULD* | *ULI* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Quantità:* | | | | | | | |
| *FIN* | *-3.86* | *0.00* | *3.86* | *3.86* | *0.00* | *0.00* | *-3.86* |
| | *-0.30* | *-0.34* | *-0.23* | *-0.29* | *-0.29* | *0.41* | *-0.61* |
| *SIN* | *-0.33* | *-2.12* | *-0.18* | *-0.03* | *-0.73* | *0.14* | *1.01* |
| | *-0.46* | *-0.52* | *-0.36* | *-0.46* | *-0.46* | *0.58* | *-0.62* |
| *MIX* | *2.19* | *2.09* | *-2.48* | *2.48* | *0.00* | *2.28* | *-0.04* |
| | *-0.17* | *-0.18* | *-0.31* | *-0.17* | *-0.17* | *0.47* | *-0.51* |
| *KAP* | *-0.04* | *-0.04* | *-0.09* | *-0.82* | *0.02* | *0.30* | *-0.37* |
| | *-0.36* | *-0.31* | *-0.31* | *-0.37* | *-0.36* | *0.44* | *-0.54* |
| *TER* | *0.00* | *-0.47* | *0.00* | *0.71* | *-0.71* | *0.71* | *-0.71* |
| | *-0.14* | *-0.13* | *-0.09* | *-0.14* | *-0.14* | *0.17* | *-0.05* |
| *ULD* | *-0.14* | *-0.06* | *-0.09* | *0.00* | *0.23* | *-1.15* | *0.39* |
| | *0.34* | *0.37* | *0.31* | *0.34* | *0.34* | *-0.52* | *0.71* |
| *ULI* | *-0.01* | *0.11* | *0.04* | *-0.49* | *0.04* | *0.00* | *-0.98* |
| | *-0.16* | *-0.19* | *-0.13* | *-0.16* | *-0.16* | *0.24* | *-0.77* |

*Tabella 3. Elasticità dei prodotti rispetto al prezzo dei fattori (il primo valore costituisce l'elasticità esterna, il secondo l'elasticità interna)*

| *Prezzi:* | *FIN* | *SIN* | *MIX* | *KAP* | *TER* | *ULD* | *ULI* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Quantità:* | | | | | | | |
| *CER* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *-0.51* | *0.00* | *0.00* |
| | *-0.19* | *-0.06* | *-0.17* | *-0.19* | *-0.19* | *0.17* | *-0.32* |
| *VEG* | *0.00* | *-0.70* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *-0.78* | *-0.30* |
| | *-0.12* | *-0.05* | *-0.03* | *-0.12* | *-0.12* | *0.03* | *-0.37* |
| *OTH* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *-1.07* |
| | *-0.15* | *-0.38* | *-0.25* | *-0.15* | *-0.15* | *0.42* | *-0.92* |
| *FOD* | *0.63* | *-0.63* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* | *0.00* |
| | *0.16* | *0.07* | *0.11* | *0.16* | *0.16* | *-0.04* | *-0.19* |
| *FRU* | *-0.28* | *-0.27* | *-0.29* | *-0.80* | *0.00* | *0.48* | *0.00* |
| | *-0.36* | *-0.15* | *-0.10* | *-0.36* | *-0.36* | *0.19* | *-0.12* |
| *ANI* | *0.00* | *0.00* | *0.05* | *0.03* | *-0.03* | *0.00* | *-0.53* |
| | *-0.09* | *-0.29* | *-0.22* | *-0.09* | *-0.09* | *0.35* | *-0.51* |

*Tabella 4. Elasticità dei fattori rispetto al prezzo dei prodotti (il primo valore costituisce l'elasticità esterna, il secondo l'elasticità interna)*

| Prezzi: | CER | VEG | OTH | FOD | FRU | ANI |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Quantità:* | | | | | | |
| FIN | 0.00 | 0.00 | 2.86 | 0.00 | -2.86 | 0.00 |
| | 0.29 | 0.12 | 0.051 | -0.29 | 0.29 | 0.40 |
| SIN | 1.03 | 0.55 | 1.26 | 0.09 | 0.55 | -0.83 |
| | 0.46 | 0.37 | 0.26 | -0.46 | 0.46 | 0.58 |
| MIX | 2.41 | 2.05 | 2.48 | 0.00 | 0.00 | 2.38 |
| | 0.17 | 0.10 | 0.16 | -0.17 | 0.17 | 0.47 |
| KAP | 0.10 | -0.34 | -0.52 | 0.052 | 0.56 | 0.49 |
| | 0.36 | 0.30 | 0.17 | -0.37 | 0.37 | 0.44 |
| TER | -0.47 | 0.71 | 0.00 | 0.00 | -0.71 | 0.00 |
| | 0.14 | 0.13 | 0.05 | -0.14 | 0.14 | 0.17 |
| ULD | -0.06 | -0.07 | -0.20 | -0.02 | 0.00 | -0.32 |
| | -0.34 | -0.25 | -0.15 | 0.34 | -0.34 | -0.53 |
| ULI | -0.28 | -0.49 | -0.42 | 0.04 | 0.34 | 0.53 |
| | 0.16 | 0.19 | 0.11 | -0.16 | 0.16 | 0.16 |

*Tabella 5. Elasticità di quattro aggregati di fattori rispetto ai propri prezzi (il primo valore costituisce l'elasticità esterna, il secondo l'elasticità interna)*

| Prezzi: | MAT | LAV | KAP | TER |
|---|---|---|---|---|
| *Quantità:* | | | | |
| MAT | -2.96 | -1.84 | -0.26 | 0.76 |
| | -0.22 | -0.01 | 0.00 | 0.22 |
| LAV | -0.38 | -0.54 | 0.14 | 0.04 |
| | 0.03 | -0.32 | 0.28 | -0.03 |
| KAP | 0.63 | 0.22 | -2.66 | 0.79 |
| | -0.14 | 0.52 | -0.59 | 0.14 |
| TER | 0.00 | -0.29 | -1.68 | -1.73 |
| | 0.02 | 0.01 | 0.00 | -0.03 |

**Riferimenti Bibliografici**


Afriat, S.N., 1972, Efficiency estimation of production function, *International Economic Review*, 13, 568-498.

Banker, R.D. e A. Maindiratta, 1988, Nonparametric analysis of technical and allocative efficiences in production, *Econometrica*, 56, 1315-332.

Caiumi, A., Pierani, P., Rizzi, P. e N. Rossi, 1995, *AGRIFIT: una banca dati del settore agricolo (1951-1991)*, Franco Angeli, Milano.

Chavas, J.P. e T.L. Cox, 1988, A nonparametric analysis agricultural technology, *American Journal of Agricultural Economics,* 70, 303-310.

Chavas, J.P. e T.L. Cox, 1992, A nonparametric analysis of the influence of research on agricultural productivity, *American Journal of Agricultural Economics* 74, 583-591.

Chavas, J.P. e T.L. Cox, 1996, On nonparametric suply response analysis: reply, *American Journal of Agricultural Economics*, 78, 1122-1124.

Chavas, J.P. e T.L. Cox, 1997, *Production analysis: a nonparametric time series application to U.S. agriculture*, Department of Agricultural and Applied Economics, University of Wisconsin, manuscript.

Esposti, R., 1997, *Progresso tecnico multioutput e ruolo di R&S e Assistenza tecnica: applicazione dell'analisi nonparametrica all'agricoltura italiana*, Quaderni di ricerca, n. 90, Dipartimento di Economia, Università degli Studi di Ancona.

Esposti, R e P. Pierani, 1997, *The source of technical change in Italian agriculture. A latent variable approach*, Staff Paper Series n. 411,





Department of Agricultural and Applied Economics, University of Wisconsin.

Featherstone, A.M. e M.H. Rahman, 1996, Nonparametric analysis of the optimizing behaviour of midwestern cooperatives, *Review of Agricultural Economics*, 18, 265-273.

Lambert, D.K., 1997, On nonparametric supply response analysis: comment, *American Journal of Agricultural Economics*, 78, 1118-1121.

Lim, H. e C.R. Shumway, 1992a, Separability in state-level agricultural technology, *American Journal of Agricultural Economics,* 74, 120-131.

Lim, H. e C.R. Shumway, 1992b, Profit maximization, returns to scale and measurement errors, *Review of Economics and Statistics*, 74, 430-438.

Tiffin, R. e A. Renwick, 1996, Estimates of production response in the UK cereal sector using nonparametric methods, *European Review of Agricultural Economics, 23*, 179-194.

Varian, H., 1984, The nonparametric approach to production analysis, *Econometrica*, 52, 579-597.

## QUADERNI DEL DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

1 **Marco CRIVELLINI**, *Vincoli organizzativi- imprenditoriali allo sviluppo: una stilizzazione all'approccio di Ancona*, aprile 1983.
2 **Paolo ERCOLANI**, *Prezzi relativi e sviluppo economico: un'analisi dell'evidenza empirica*, luglio 1983.
3 **Riccardo MAZZONI**, *Costi comparati e sviluppo regionale: un'analisi empirica*, maggio 1984.
4 **Paolo ERCOLANI**, *Sviluppo economico e mutamenti di struttura*, ottobre 1984.
5 **Valeriano BALLONI**, *Processi di integrazione nelle ristrutturazioni industriali*, ottobre 1984.
6 **Franco SOTTE, Luisa QUATTRINI, Simone RUSPOLI**, *Indagine sulle tipologie aziendali nell'agricoltura delle Marche*, maggio 1985.
7 **Geminello ALVI**, *Due scritti eterodossi sulla scienza in economia e la sua storia*, maggio 1985.
8 **Luca PAPI**, *Scelte e conseguenze della politica monetaria del primo dopoguerra*, giugno 1986.
9 **Massimo TAMBERI**, *Il modellaccio 2: analisi storica dei parametri diretti*, febbraio 1988.
10 **Luca PAPI**, *Dynamic specification in U.K. Demand for Money Studies*, marzo 1988.
11 **Enzo PESCIARELLI**, *Smith, Bentham and the Development of Contrasting Ideas on Entrepreneurship*, giugno 1988.
12 **Alessandro STERLACCHINI**, *Progresso tecnico, attività innovative e crescita della produttività: approcci teorici a livello inter- industriale*, ottobre 1988.
13 **Carlo GIANNINI**, *Cointegrazione, analisi di rango e stima consistente dello spazio di cointegrazione partendo dalle stime di un VAR in livelli*, marzo 1989.
14 **Carlo GIANNINI, Rocco MOSCONI**, *Non stazionarietà, integrazione, cointegrazione: analisi di alcuni aspetti della letteratura recente*, marzo 1989.
15 **Valeriano BALLONI**, *Strutture di mercato e comportamento strategico delle imprese. Il caso dell'industria americana degli elettrodomestici*, 1989.
16 **Mauro GALLEGATI, Massimo TAMBERI**, *Divergent Trajectories in Europe: An Analysis of the Recently Developed Countries*, ottobre 1989.
17 **Enrico SANTARELLI**, *R & D, Innovation, and the Signalling Properties of the firm's Financial Structure*, maggio 1990.
18 **Daniela FELIZIANI**, *Il dibattito internazionale sul tempo di lavoro: una nota introduttiva*, settembre 1990.
19 **Massimo TAMBERI**, *Pionieri, Imitatori e Processi di Catching- up*, novembre 1990.
20 **Antonio Giulio CALAFATI**, *Processo economico e ambiente naturale in K.W. Kapp*, dicembre 1990.
21 **Carlo GIANNINI**, *Topics in Structural Var Econometrics*, luglio 1991.
22 **Andrea RICCI**, *Il concetto di integrazione nella teoria economica: una breve rassegna critica*, agosto 1991.
23 **Claudio CASADIO TARABUSI, Stefano BRESCHI**, *A Selection Model of Economic Competition: The Role of Market Power and Technological Change*, dicembre 1991.

24 **Stefano STAFFOLANI**, *L'inserimento professionale dei giovani diplomati in Italia e in Francia*, dicembre 1991.

25 **Enrico SANTARELLI, Alessandro STERLACCHINI**, *Profili e determinanti settoriali della formazione di nuove imprese nell'industria italiana*, aprile 1992.

26 **Giorgio FUÀ**, *Appunti sulla crescita economica*, aprile 1992.

27 **Stefano STAFFOLANI**, *La flessibilità quantitativa nella gestione del fattore lavoro: una analisi teorica*, aprile 1992.

28 **Carlo GIANNINI, Antonio LANZAROTTI, Mario SEGHELINI**, *A Traditional Interpretation of Macroeconomic Fluctuations: the Case of Italy*, maggio 1992.

29 **Riccardo MAZZONI**, *I mercati locali del lavoro in Italia*, luglio 1992.

30 **Alessandro BARTOLA, Franco SOTTE, Giuseppe BUONCOMPAGNI**, *"L'AIMA"*, luglio 1992.

31 **Renato BALDUCCI**, *"Crescita in regime di rendimenti di scala costanti"*, febbraio 1993.

32 **Carlo A. FAVERO**, *"Ottimizzazione intertemporale e metodi econometrici in economia"*, maggio 1993.

33 **Alessandro BARTOLA, Franco SOTTE, Andrea FANTINI, Raffele ZANOLI**, *"L'agricoltura nelle Marche. Tendenze settoriali e politica agraria"*, maggio 1993.

34 **Riccardo MAZZONI**, *Sviluppo economico e localizzazione produttiva*, giugno 1993.

35 **Alberto ZAZZARO**, *Costi di liquidità e costi di solvibilità: il ruolo delle banche locali nello sviluppo economico regionale*, giugno 1993.

36 **Domenico MIGNACCA**, *An Application of a Structural VAR Technique to Interpret UK Macroeconomic Fluctuations*, giugno 1993.

37 **Stefano MANZOCCHI, Domenico MARINUCCI**, *Technology Adoption Under Strategic Complementarity: "Less" Information Can Do Better*, giugno 1993.

38 **Antonio G. CALAFATI**, *Scelta e Azione*, giugno 1993.

39 **Gabriele CATTAROZZI**, *Gestione delle obbligazioni e curva di inviluppo*, luglio 1993

40 **Alberto ZAZZARO**, *Le banche in un'economia regionale: una rassegna della letteratura*, settembre 1993.

41 **Alessandro VAGLIO**, *A model of the audience for TV broadcasting implications for advertising competition and regulation*, ottobre 1993.

42 **Carlo A. FAVERO, Riccardo LUCCHETTI**, *Output, interest rates and the monetary trasmission mechanism: some empirical evidence for Italy*, ottobre 1993.

43 **Riccardo LUCCHETTI**, *Modelli in differenze con errori di misura*, novembre 1993.

44 **Stefano STAFFOLANI**, *Lavoro a turni e durata di utilizzo del capitale*, novembre 1993.

45 **Alessandro STERLACCHINI**, *La ricerca universitaria in Italia*, novembre 1993.

46 **Daniela FELIZIANI**, *Organizzazione e regolamentazione degli orari di lavoro nei paesi industrializzati*, marzo 1994.

47 **Alessandro STERLACCHINI**, *The birth of new firms in Italian manufacturing*, marzo 1994.

48 **Franco SOTTE, Giuseppe BUONCOMPAGNI**, *An overview on public transfers in the Italian Agricultural Policy*, marzo 1994.

49 **Pietro ALESSANDRINI, Andrea RICCI**, *Squilibri demografici e scarsità di risparmio nell'economia mondiale*, marzo 1994.

50 **Alberto ZAZZARO**, *La specificità delle banche: teorie ortodosse e teorie eterodosse a confronto*, maggio 1994.

51 **Carlo MONTICELLI, Luca PAPI**, *La definizione di moneta in economie aperte e integrate: verso l'"eutanasia" del concetto di moneta nazionale?*, maggio 1994.

52 **Riccardo LUCCHETTI, Stefano STAFFOLANI**, *Orario di lavoro e occupazione: un approccio teorico con una applicazione alla grande industria italiana*, luglio 1994.

53 **Riccardo LUCCHETTI**, *Companion form representation of cointegrating VARs*, ottobre 1994.

54 **Paolo ERCOLANI**, *La terziarizzazione dell'occupazione. Analisi delle cause e dei problemi aperti*, dicembre 1994.

55 **Rossano BRUSCHI**, *La teoria delle aspettative razionali e la curva dei tassi di interesse a scadenza: un'applicazione al mercato monetario tedesco*, dicembre 1994.

56 **Roberto ESPOSTI, Pierpaolo PIERANI, Franco SOTTE**, *Fattori quasi fissi e produttività totale dei fattori in agricoltura. Teoria e applicazione ad una impresa marchigiana ex-mezzadrile*, gennaio 1995.

57 **Michela VECCHI**, *Human capital and excess labour*, febbraio 1995.

58 **Alberto BAGNAI, Stefano MANZOCCHI**, *Un'indagine empirica sulla mobilità dei capitali nei paesi in via di sviluppo*, marzo 1995.

59 **Domenico MIGNACCA**, *Comparing the impulse response functions of different models*, marzo 1995.

60 **Manuela VICONI**, *L'Unione Europea e gli shock esogeni ai sistemi economici*, marzo 1995.

61 **Paolo Emilio MISTRULLI, Roberto TORRINI**, *Salari di efficienza, costi di controllo e decentramento produttivo*, marzo 1995.

62 **Alessandro VAGLIO**, *Potere di mercato, consumi e crescita*, dicembre 1994.

63 **Luca PAPI, Carlo MONTICELLI**, *EU-Wide money demand: An assessment of competing approaches*, maggio 1995.

64 **Antonio G. CALAFATI**, *Mercati e gerarchie nel processo di apprendimento degli agenti collettivi*, giugno 1995.

65 **Marco ACCORRONI, Luca PAPI**, *La valutazione dell'efficienza degli sportelli bancari*, ottobre 1995.

66 **Stefano STAFFOLANI**, *Interazioni nelle scelte e norme sociali*, ottobre 1995.

67 **Tommaso PEREZ**, *Multinational enterprises and technological spillovers: An evolutionary model*, ottobre 1995.

68 **Edoardo GAFFEO**, *Macroeconomics without the representative agent: Difficulties and new perspectives*, dicembre 1995.

69 **Pietro ALESSANDRINI; Alessandro STERLACCHINI**, *Ricerca, formazione e rapporti con l'industria: I problemi irrisolti dell'università italiana*, dicembre 1995.

70 **Paolo GUERRIERI, Stefano MANZOCCHI**, *Patterns of Trade and Foreign Direct Investment in European Manufacturing: "Convergence" or "Polarization"?*, marzo 1996.

71 **Laura CHIES, Francesco TROMBETTA**, *Riduzione dell'orario di lavoro e disoccupazione: il dibattito tedesco*, marzo 1996.

72 **Stefano FIORI**, *Ordine visibile e ordine invisibile. Il difficile rapporto fra natura e società nell'economia politica smithiana e presmithiana (1690-1790)*, marzo 1996.

73 **Paolo Emilio MISTRULLI**, *Rendita informativa, intermediazione finanziaria e scelte di portafoglio*, marzo 1996.

74 **Fabio FIORILLO**, *Il problema dell'isteresi in economia: confronto tra isteresi fisica e passeggiate aleatorie, significato e applicazioni economiche*, aprile 1996.

75 **Tommaso LUZZATI**, *Una testimonianza sull'ipotesi di piena razionalità*, maggio 1996.

76 **Nicola BOARI**, *Law and Economics in Action: An Efficiency Analysis of Italian Penal Procedures after 1989*, maggio 1996.

77 **Roberto GIORGI, Franco SOTTE**, *Riuscirà il mondo a sfamare se stesso nel 2025?*, maggio 1996.

78 **Alessandro STERLACCHINI**, *Inputs and Outputs of Innovative Activities in Italian Manufacturing*, giugno 1996.

79 **Marco GALLEGATI**, *Firm's optimal capital accumulation path with asymmetric informations and debt instead of equity finance*, giugno 1996.

80 **Erica SEGHETTI, Massimo TAMBERI**, *Competitività, crescita e localizzazione in un settore tradizionale*, giugno 1996.

81 **Pietro ALESSANDRINI**, *I sistemi locali del credito in regioni a diverso stadio di sviluppo*, settembre 1996.

82 **Aldo FEMIA**, *Input-Output Analysis of Material Flows: an application to the German Economic System for the year 1990*, settembre 1996.

83 **Michela VECCHI**, *Increasing Retums versus Extemalities: Pro-Cyclical Productivity in US and Japan*, ottobre 1996.

84 **Stefano FIORI**, *Conoscenza e informazione in F.A. von Hayek*, ottobre 1996.

85 **Cecilia BENVENUTO**, *Le opzioni esotiche: Problemi di pricing e copertura*, ottobre 1996.

86 **Laura CHIES, Riccardo LUCCHETTI, Stefano STAFFOLANI**, *Occupazione, Disoccupazione, Intattività: determinanti della mobilità tra stati in Italia*, marzo 1997.

87 **Marco CUCCULELLI**, *Struttura finanziaria, seniority rules del debito e decisioni di investimento delle imprese*, marzo 1997.

88 **Edeoardo GAFFEO**, *Multilevel Interactions with a Keynesian Flavour in a Stochastic Macroeconomic Model*, maggio 1997.

89 **Antonio G. CALAFATI**, *Labour Supply and Unemployment*, maggio 1997.

90 **Roberto ESPOSTI**, *Progresso Tecnico Multioutput e Ruolo di R&S e Assistenza Tecnica. Applicazione dell'Analisi Nonparametrica all'Agricoltura Italiana*, giugno 1997.

91 **Edoardo GAFFEO**, *Competition-led Endogenous Growth with Localized Technological Change*, giugno 1997.

92 **Tommaso LUZZATI**, *Norme sociali e sanzione: ilruolo del singolo individuo*, giugno 1997.

93 **Rita CAPPARIELLO**, *Fisical and Monetary Policy Coordination with Endogenous Unions: a Theoretical Policy Game*, giugno 1997.

94 **Elvio MATTIOLI, Alessandro STERLACCHINI**, *Fonti e risultati dell'attività innovativa nell'industria italiana: Un'analisi settoriale*, luglio 1997.

95 **Fabio FIORILLO**, *Rate of Growth and Sectoral Specialisation Coevolution in an Export-Led Growth Model*, luglio 1997.

96 **Fabio FIORILLO, Stefano SANTACROCE, Stefano STAFFOLANI**, *Monopsonistic Competition for the 'Best' Workers*, luglio 1997.

97 **Domenico SCALERA, Alberto ZAZZARO**, *Reputazione di gruppo e discriminazione nel mercato del credito: un modello dinamico con apprendimento*, settembre 1997.

98 **Roberto ESPOSTI**, *Statica comparata nonparametrica: le ambiguità delle elasticità di prezzo*, novembre 1997.