



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ANCONA

DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

**Non stazionarietà, integrazione, cointegrazione:
analisi di alcuni aspetti della letteratura recente**

CARLO GIANNINI, Università di Ancona
ROCCO MOSCONI, Politecnico di Milano

Comitato scientifico:

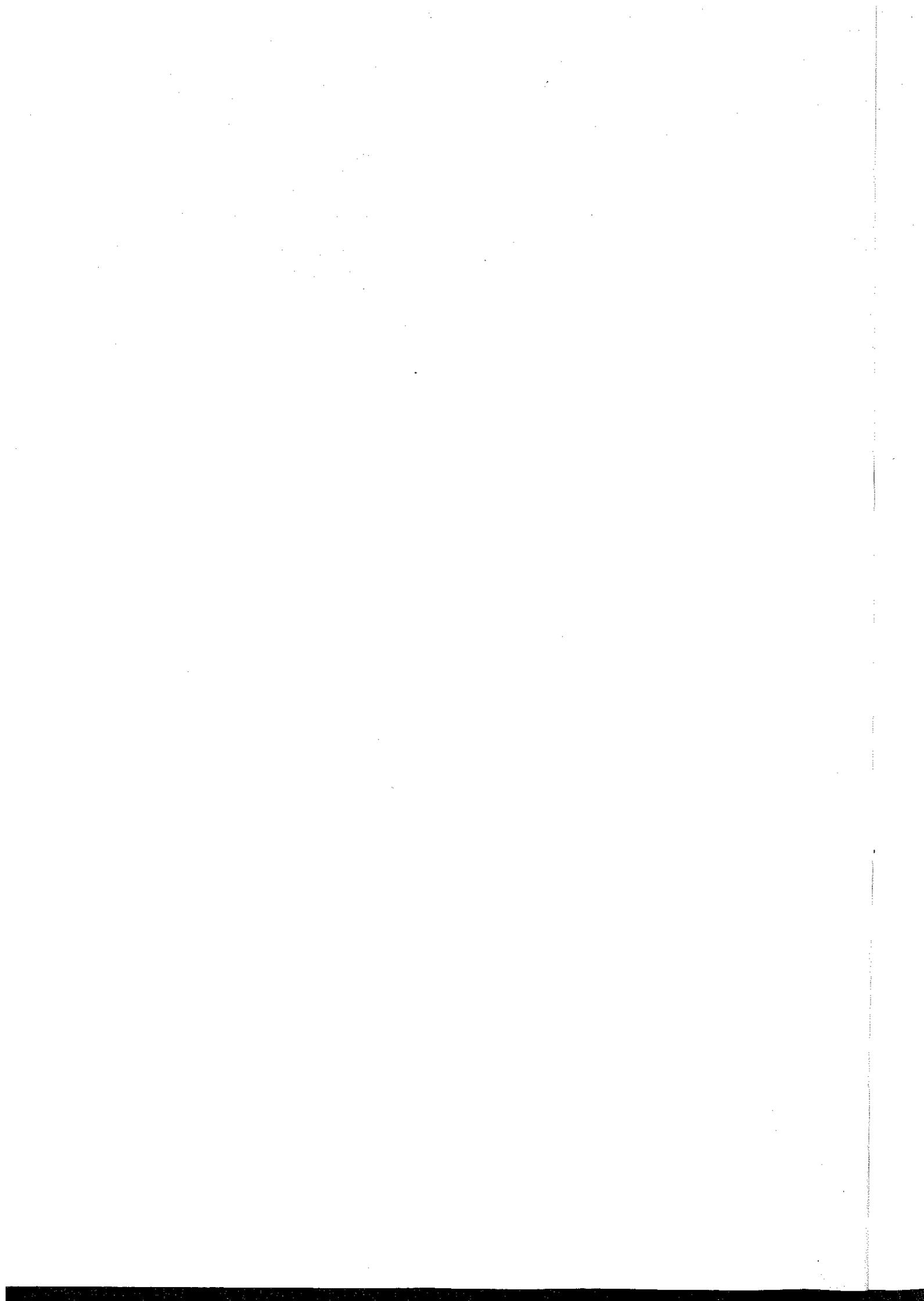
Pietro Alessandrini

Giuliano Conti (coordinatore)

Alberto Niccoli

Paolo Pettenati

Giacomo Vaciago

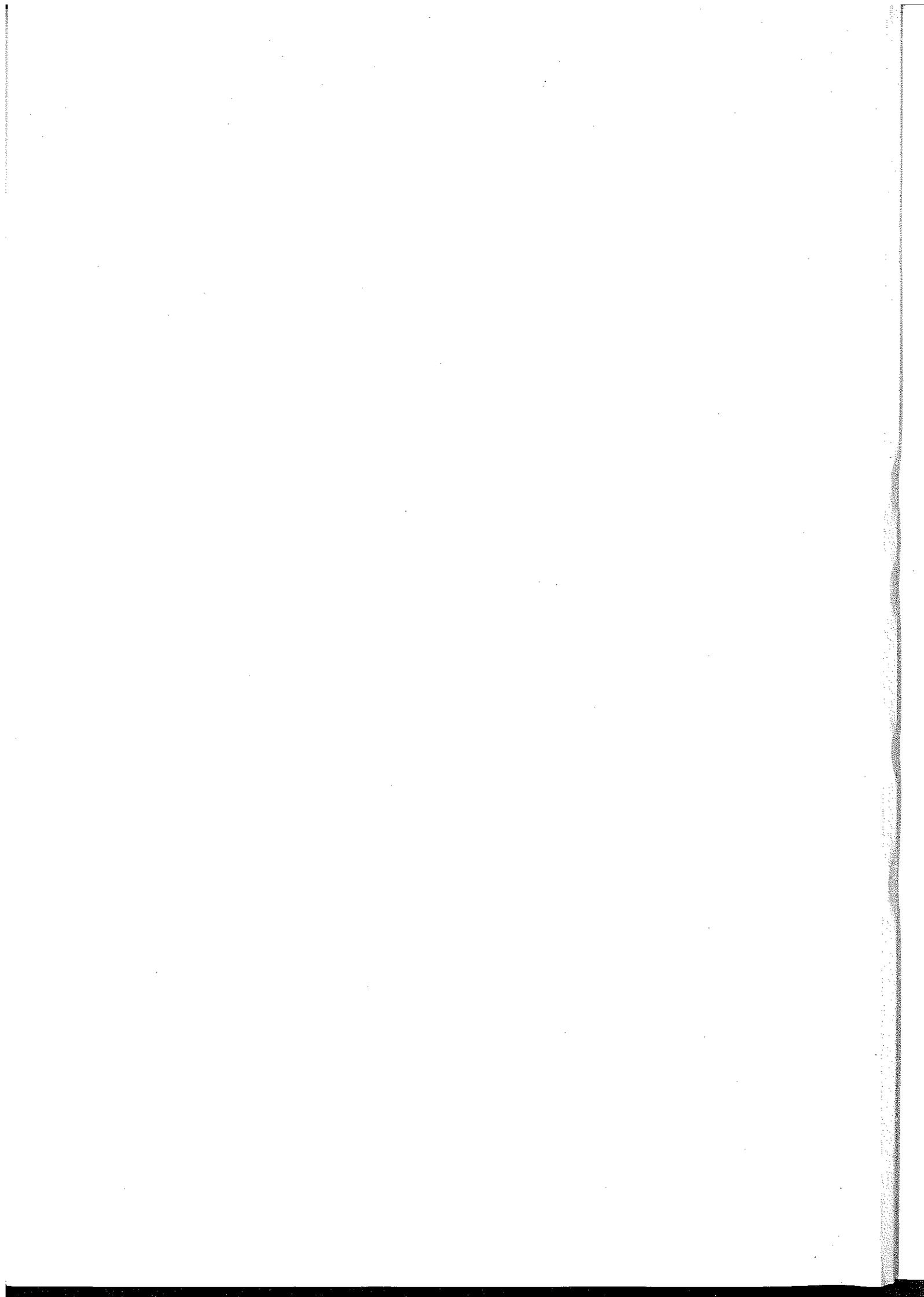


NON STAZIONARIETA', INTEGRAZIONE, COINTEGRAZIONE:
ANALISI DI ALCUNI ASPETTI DELLA LETTERATURA RECENTE

di

Carlo Giannini, Università di Ancona
Rocco Mosconi, Politecnico di Milano

UNIVERSITA' DI ANCONA
QUADERNI DEL DIPARTIMENTO DI ECONOMIA



NON STAZIONARIETA', INTEGRAZIONE E COINTEGRAZIONE: ANALISI DI ALCUNI ASPETTI OPERATIVI DALLA LETTERATURA RECENTE¹

Carlo Giannini, Dipartimento di Economia, Università di Ancona

Rocco Mosconi, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano

Dopo il lavoro di Nelson e Plosser [1982] l'analisi di integrazione sta assorbendo molto spazio nella letteratura econometrico-applicata americana. Parallelamente, la modellazione congiunta di serie integrate ha portato al concetto di cointegrazione (Engle-Granger [1987]). P.C.B. Phillips ha recentemente proposto un approccio detto "non parametrico" per l'analisi di integrazione, ed una estensione di tale approccio all'analisi di cointegrazione (nella logica cosiddetta "two step"). Nel paragrafo 1 viene introdotto il concetto di integrazione e discussa la logica dei test di integrazione proposti da Phillips e Perron [1988]. Nel paragrafo 2 viene discusso il concetto di cointegrazione e la logica dei test proposti da Phillips e Ouliaris [1987] per i residui di regressioni di cointegrazione. Nel paragrafo 3 vengono discussi alcuni problemi applicativi basandosi su serie di struttura parametrica nota. Il paragrafo 4 contiene due programmi RATS rispettivamente per l'analisi di integrazione e per l'analisi di cointegrazione.

PREMESSA

Molti sviluppi della cosiddetta "nuova econometria dinamica" sono basati sull'implicita ipotesi di stazionarietà dei processi stocastici presi in considerazione. L'evidente implausibilità di questo assunto veniva spesso corretta con l'ipotesi, indolore dal punto di vista inferenziale, di stazionarietà intorno ad un trend deterministico.

¹ Questo studio si avvale dei finanziamenti del fondo M.P.I. 40% per la ricerca "Modelli macroeconomici e analisi econometrica dinamica" (Università di Ancona) e del fondo C.N.R. n. 86.02815.54 (Politecnico di Milano).

Il suggerimento di Granger-Newbold [1974] di lavorare in econometria con serie rese stazionarie per differenziazione è sempre risultato un procedimento imbarazzante per l'econometrico in quanto la stazionarizzazione per differenziazione ha l'effetto di togliere la componente di lungo periodo della serie, eliminando un contenuto informativo che generalmente gli economisti giudicano ineliminabile.

Recentemente la nozione di cointegrazione (Engle-Granger [1987]) ha permesso di vedere un punto di nesso fondamentale tra analisi delle serie e teorizzazione economica di lungo periodo, ridando impulso ad una letteratura sull'analisi dei processi integrati che soprattutto per merito di P.C.B. Phillips e dei suoi collaboratori sta occupando una buona parte della ricerca economico-statistica americana ed anglosassone.

La nozione di cointegrazione infatti presuppone l'esistenza di processi integrati; ciò rende evidente la necessità, sul piano operativo, di disporre di strumenti in grado di identificare la natura dei processi stocastici univariati atti a rappresentare nel modo migliore possibile le serie economiche di interesse. A tali strumenti si richiede cioè di identificare l'esistenza e l'ordine di integrazione di tutti i processi implicati nell'analisi di cointegrazione.

E' bene sottolineare, poiché spesso ciò viene dimenticato nell'analisi applicata, che l'analisi di cointegrazione è successiva all'analisi di integrazione non solo dal punto di vista logico ma anche dal punto di vista inferenziale: questo comporta che i

risultati dell'analisi di cointegrazione sono condizionati da una corretta inferenza nella fase di studio della integrazione.

Il livello di confidenza della procedura complessiva, analisi di integrazione e analisi di cointegrazione, non è stato ancora oggetto di indagine, ma è sicuramente inferiore allo 0.95 asintotico che usualmente si adotta come livello nominale nell'analisi della sola cointegrazione².

Allo stato attuale dell'arte non rimane che cercare di applicare nelle due fasi (integrazione prima e cointegrazione poi) quei test che sembrano godere di proprietà statistiche migliori.

In questo lavoro ci occuperemo solo dei test nati da una nuova impostazione di Phillips, che sembrano godere di tali proprietà.

E' bene chiarire che in questo lavoro non c'è nulla di metodologicamente nuovo (salvo i possibili errori) rispetto alla letteratura esistente; la sola pretesa è quella di rendere queste tecniche accessibili in modo ragionato a chi lavora in campo applicato.

L'implementazione di programmi RATS riportati nel testo ha posto non pochi problemi per la difformità (spesso dovuta a errori tipografici) delle formule contenute nei working paper e negli articoli pubblicati. Il controllo della correttezza delle formule è stato ottenuto con una lunga procedura iterativa che pensiamo

² Per una critica di questo aspetto dal punto di vista Bayesiano si veda Sims [1988] p.466.

arrivata a convergenza. In pratica abbiamo provato un insieme di formule possibili asintoticamente indistinguibili³, confrontando fino alla seconda cifra decimale i valori numerici da noi ottenuti con quelli riportati in vari lavori in cui si trovano applicazioni dei test, ovviamente usando le stesse serie storiche.

1) PROCESSI INTEGRATI E RADICI UNITARIE

Moltissime serie economiche hanno evidenti profili di crescita di lungo periodo. C'è una sostanziale differenza tra una serie che può essere rappresentata da oscillazioni stazionarie intorno ad un trend, del tipo

$$(I) \quad y_t = a + bt + u_t \quad u_t \sim \text{ARMA}(p,q)$$

e una serie

$$(II) \quad y_t = a + bt + u_t \quad u_t \sim \text{ARIMA}(p,d,q)$$

che ha oscillazioni non stazionarie intorno ad un trend.

Entrambe le serie possono essere rese stazionarie per differenziazione, essendo

$$(I) \quad \Delta y_t = b + \Delta u_t \quad \Delta u_t \sim \text{ARMA}(p,q+1)$$

$$(II) \quad \Delta y_t = b + \Delta u_t \quad \Delta u_t \sim \text{ARMA}(p,q)$$

³ Errori tipografici a parte, spesso gli articoli teorici di riferimento differiscono per la presenza in certi casi di formule OLS ed in altri di formule di massima verosimiglianza.

ma nel caso (I) la stazionarizzazione (in media) è ottenuta introducendo una radice unitaria nella parte a media mobile.

Al contrario, se tentassimo di rendere le serie stazionarie mediante detrendizzazione, avremmo residui stazionari solo nel primo caso. Nel secondo caso, se la detrendizzazione potesse essere effettuata con una stima consistente dei parametri di trend, i residui non sarebbero stazionari⁴.

Il secondo processo è un processo integrato di ordine 1, diremo di tipo $I(1)$, cioè è un processo che per essere reso stazionario con rappresentazione stazionaria e invertibile deve essere differenziato una volta; chiameremo $I(d)$ un processo che per essere reso stazionario con rappresentazione ARMA stazionaria e invertibile ha bisogno di essere differenziato d volte.

Utilizzando una procedura d'indagine suggerita da Dickey-Fuller [1979], Nelson e Plosser [1982] hanno trovato una non stazionarietà del tipo (II) per la maggior parte delle serie economiche studiate.

La procedura di Dickey e Fuller, che trae origine dal lavoro di Fuller [1976] ed è perfezionata in Dickey-Fuller [1981] (si veda anche Fuller [1984] e Dickey-Bell-Miller [1986]), è stata recentemente rivisitata da Phillips [1987], e in riferimento specifico a strutture del tipo (I) e (II) da Phillips-Perron [1988].

⁴ Si veda comunque Sims-Stock-Watson [1987] per la dimostrazione dell'inconsistenza dei trend stimati in questo caso.

In questi ultimi lavori vengono proposti nuovi test che, sebbene siano di laboriosa derivazione e costruzione, sembrano avere proprietà statistiche migliori (per piccoli campioni) dei test di Fuller e Dickey-Fuller. Nel seguito faremo riferimento soprattutto al lavoro di Phillips e Perron del 1988.

Supponiamo che $(y_t)_0^\infty$ sia una serie temporale generata dal modello

$$(1) \quad y_t = \alpha y_{t-1} + u_t$$

o alternativamente dal modello

$$(1') \quad y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + u_t$$

dove, in entrambi i casi sia

$$(2) \quad \alpha < 1$$

Supponiamo poi di disporre di un campione di lunghezza $T+1$ estratto da tale serie temporale, e che

$$(3) \quad y_0 = \text{variabile casuale con una distribuzione indipendente da } T$$

Perron e Phillips richiedono inoltre che la sequenza di innovazioni $(u_t)_0^\infty$ soddisfi, in entrambe i casi, le seguenti condizioni:

$$(a) \quad E(u_t) = 0 \quad \text{per ogni } t$$

(b) $\text{Sup}_t E |u_t|^{\beta+\epsilon} < \infty$ per qualche $\beta > 2$ e $\epsilon > 0$

(c) esista $\sigma^2 > 0$ tale che

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} E (S_T^2 / T)$$

dove

$$S_T = \sum_{t=0}^T u_t$$

(d) u_t sia un α -mixing (strong mixing) con coefficienti α_n che soddisfano la condizione

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^{(1-2/\beta)} < \infty$$

Riportiamo queste condizioni che, (a) a parte, sono mediamente giudicate incomprensibili⁵, perché permettono di chiarire qualcosa sulla natura piuttosto generale del processo u_t e di conseguenza del processo y_t della (1) e (1').

S_T non è altro che la somma delle innovazioni del processo y_t . Indipendentemente dalla natura stazionaria o meno delle u_t , S_T è una grandezza tipicamente non stazionaria che deve essere normalizzata in qualche modo affinché asintoticamente abbia una distribuzione limite non degenera. La condizione (c) assicura che esiste ed è finito il momento secondo asintotico di $S_T/T^{1/2}$; poiché per le proprietà di u_t il valore atteso di $S_T/T^{1/2}$ è zero, ha senso dire che la condizione

⁵ Si veda comunque Phillips [1985] pp.3 e ss. per un confronto con altre condizioni usate e Perron [1988] per una discussione da cui abbiamo ricavato con qualche aggiunta le considerazioni del testo.

(c) controlla la normalizzazione ad un saggio che garantisce una distribuzione al limite (di $S_T/T^{1/2}$ ovviamente) non degenerare.

Si noti che la condizione (c) non impone la stazionarietà in covarianza dei singoli u_t , nel senso che non necessariamente $E(u_t) = \sigma_u^2$ indipendente dal tempo, nè $E(u_t u_{t-r}) = E(u_s u_{s-r})$ per $t=s$. In sostanza, in base alla condizione (c) si evince che ci si sta occupando di processi più generali dei "soliti" processi stazionari con rappresentazione ARMA stazionaria e invertibile.

Le condizioni (b) e (d) sono connesse dalla presenza di un comune $\beta > 2$. La (b) riguarda la limitazione dell'eterogeneità del processo: più alto è β meno eterogeneo è il processo (viceversa più vicino a 2 è β più eterogeneo è il processo).

Per comprendere la condizione (d) occorre tener presente che in un processo strong-mixing (si veda White [1984] p.45) i coefficienti α_m , che misurano il grado di dipendenza tra gli u_t separati da m istanti di tempo, devono tendere a zero al crescere di m . Qualora (il più grande) β (che verifica la (b)) fosse maggiore di 2 ma vicino a 2 saremmo davanti ad un processo fortemente eterogeneo; in tal caso gli α_m verrebbero elevati a numeri vicini a zero più che a uno (come avverrebbe al contrario in caso di processi poco eterogenei). La (d) richiede pertanto agli α_m , affinché la condizione di finitezza della sommatoria sia rispettata, di convergere a zero tanto più rapidamente quanto più il processo è eterogeneo. In sostanza, la (d) limita il grado di dipendenza del processo in funzione della eterogeneità dello stesso: tanto più il processo è eterogeneo tanto più in fretta devono

diventare indipendenti gli elementi del processo in istanti "lontani".

Le condizioni (a) (b) (c) e (d) possono essere considerate piuttosto generali, in quanto comprendono anche processi "debolmente" non stazionari in covarianza, e come caso particolare comprendono un processo u_t generato da un qualsiasi modello ARMA e addirittura un modello ARMAX con processi esogeni stazionari.

Tali condizioni non includono invece per gli u_t un processo di generazione ARIMA (sia la condizione (b) che la condizione (c) sarebbero violate), e pertanto il test di Perron e Phillips (come peraltro quello di Dickey e Fuller) è utilizzabile solo per verificare la d-esima radice unitaria di un processo $I(d)$.

Per lo stesso motivo sono esclusi u_t generati da processi con radici unitarie in modulo benché diverse da uno, per cui la presenza di stagionalità stocastica⁶ può creare problemi ai test che presenteremo.

Sempre in relazione al problema della stagionalità, osserviamo che le condizioni dei test di Perron e Phillips, a differenza di quelle del cosiddetto test Augmented Dickey-Fuller, non richiedono che u_t abbia una rappresentazione autoregressiva di ordine finito; pertanto non c'è motivo teorico di escludere la possibilità di avere in u_t una parte a media mobile non invertibile.

⁶ Si veda Hylleberg et. al. [1988].

Tenendo presente le cautele che più avanti esporremo sulla parte MA di u_t , questo ragionamento almeno teoricamente sembra aprire la possibilità di usare i test che presenteremo su serie stagionali filtrate con il filtro⁷ $(1+L+\dots+L^{s-1})$ senza preoccuparci se, nel caso di stagionalità stazionaria, nella serie filtrata venga indotta una parte MA non invertibile⁸.

Considereremo due equazioni di regressione stimate con gli usuali minimi quadrati

$$(4) \quad y_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha}y_{t-1} + \hat{u}_t$$

$$(5) \quad y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}(t-T/2) + \tilde{\alpha}y_{t-1} + \tilde{u}_t$$

dove $(\hat{\mu}, \hat{\alpha})$ e $(\tilde{\mu}, \tilde{\beta}, \tilde{\alpha})$ sono gli usuali coefficienti stimati con la tecnica dei minimi quadrati.

Definiamo $X = [u, t, y_{-1}]$, dove

$$\begin{array}{l} u' \\ \text{lxT} \end{array} = [1, \dots, 1]$$

$$\begin{array}{l} t' \\ \text{lxT} \end{array} = [(1-T/2), \dots, (T-T/2)]$$

$$\begin{array}{l} y_{-1}' \\ \text{lxT} \end{array} = [y_0, \dots, y_{T-1}]$$

e

$$\begin{array}{l} y' \\ \text{lxT} \end{array} = [y_1, \dots, y_T]$$

⁷ Per dati trimestrali $(1+L+L^2+L^3)$.

⁸ Rinviamo comunque al par. 3 per una discussione sulle applicazioni.

In corrispondenza di (4) e (5) definiamo le seguenti statistiche:

$$\hat{\rho}_\mu = T(\hat{\alpha}-1)$$

$$t_{\hat{\alpha}} = \frac{(\hat{\alpha}-\alpha) \left(\sum_{t=1}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 \right)^{1/2}}{\hat{s}}$$

$$t_{\hat{\mu}} = \frac{(\hat{\mu}-\mu) \left(\sum_{t=1}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 \right)^{1/2}}{\hat{s} \left(\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 \right)^{1/2}}$$

$$\tilde{\rho}_\tau = T(\tilde{\alpha}-1)$$

$$t_{\tilde{\alpha}} = \frac{(\tilde{\alpha}-\alpha)}{\tilde{s} c_3^{1/2}}$$

$$t_{\tilde{\mu}} = \frac{(\tilde{\mu}-\mu)}{\tilde{s} c_1^{1/2}}$$

$$t_{\tilde{\beta}} = \frac{(\tilde{\beta}-\beta)}{\tilde{s} c_2^{1/2}}$$

dove⁹

⁹ In alcuni dei lavori citati (ad esempio Fuller [1976], Dickey-Fuller [1981] e Perron-Phillips [1987]) \hat{s}^2 e \tilde{s}^2 (e talora anche $\hat{\sigma}_{Th}^2$ e $\tilde{\sigma}_{Th}^2$, definiti nel seguito) sono definiti come somma dei residui al quadrato fratto i gradi di libertà (anziché la dimensione campionaria). I programmi presentati al par.4 consentono, mediante l'opzione SSCORR, di utilizzare stime dei minimi quadrati delle varianze anziché stime di massima verosimiglianza.

$$\hat{s}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\mu} - \hat{\alpha}y_{t-1})^2}{T}$$

$$\tilde{s}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \tilde{\mu} - \tilde{\beta}(t-T/2) - \tilde{\alpha}y_{t-1})^2}{T}$$

$$\bar{y}_{-1} = \frac{\sum_{t=0}^{T-1} y_t}{T}$$

e c_i è l'elemento di posto (i,i) della matrice $(X'X)^{-1}$.

Oltre ai test disgiunti fin qui introdotti, è utile anche utilizzare i test "tipo F" (definiti Φ_1 , Φ_2 e Φ_3) proposti da Dickey e Fuller, che consentono di sottoporre a test ipotesi congiunte. Specificamente, Φ_1 è usato per verificare l'ipotesi $\alpha=1$ $\mu=0$ in (4), Φ_2 per verificare l'ipotesi $\alpha=1$ $\mu=0$ $\beta=0$ in (5) e Φ_3 per verificare l'ipotesi $\alpha=1$ $\beta=0$ in (5). Tali statistiche assumono la forma¹⁰:

$$\Phi_1 = \frac{T (s_0^2 - \hat{s}^2)}{2 \hat{s}^2}$$

$$\Phi_2 = \frac{T (s_0^2 - \tilde{s}^2)}{3 \tilde{s}^2}$$

¹⁰ Dickey-Fuller [1981] e Perron [1988] adottano le correzioni per piccoli campioni $(T-2)/T$ per il test Φ_1 e $(T-3)/T$ per i test Φ_2 e Φ_3 . L'opzione SSCORR dei programmi presentati al par. 4 utilizza tali correzioni; tuttavia in queste formule, per non duplicare la correzione per piccoli campioni, l'opzione utilizza stime di massima verosimiglianza per \hat{s}^2 e \tilde{s}^2 .

$$\Phi_3 = \frac{T (s_0^2 - (\bar{y}_0 - \bar{y}_{-1})^2) - T \tilde{s}^2}{2 \tilde{s}^2}$$

con \hat{s}^2 , \tilde{s}^2 e \bar{y}_{-1} definiti precedentemente e

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}$$

e

$$s_0^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - y_{t-1})^2}{T}$$

Le distribuzioni empiriche dei test elencati sopra sono state calcolate da Fuller [1976] e Dickey-Fuller [1981] per diverse ampiezze campionarie¹¹ sotto le ipotesi $\alpha=1$, $\mu=0$, $y_0=0$ per i test relativi al modello (4) e $\alpha=1$, $\mu=0$, $\beta=0$, $y_0=0$ per i test relativi al modello (5)¹².

A tali ipotesi va infine aggiunta quella relativa alla "bianchezza" di u_t . Phillips-Perron [1988] mostrano infatti che tutte le statistiche in questione si distribuiscono asintoticamente (come

¹¹ Le distribuzioni di $\hat{\rho}_\mu$ e $\tilde{\rho}_\tau$ sono in Fuller [1976], tab.8.5.1, pag.371, rispettivamente sotto $\hat{\rho}_\mu$ e $\hat{\rho}_\tau$. Quelle di t_α^\wedge e t_α^\sim sono nello stesso volume, tab.8.5.2, pag.373, rispettivamente sotto $\hat{\rho}_\mu$ e $\hat{\rho}_\tau$. Quelle di t_μ^\wedge , t_μ^\sim e t_β^\sim sono invece in Dickey-Fuller [1981] alle tabelle I, II e III. Le distribuzioni di Φ_1 , Φ_2 e Φ_3 sono invece in Dickey-Fuller [1981] alle tabelle IV, V e VI.

¹² In realtà vari lavori successivi (Dickey [1984], Dickey-Bell-Miller [1986]) mostrano che le distribuzioni di $\hat{\rho}_\mu$, t_α^\wedge , Φ_1 , t_β^\sim e Φ_2 sono in generale indipendenti da y_0 , quelle di $\tilde{\rho}_\tau$, t_α^\sim e Φ_3 sono in generale indipendenti da y_0 e μ . Ritorneremo su questo argomento e sulle sue implicazioni al paragrafo 3.

pure in campioni finiti) come funzioni complesse di integrali di processi di Wiener con in più la presenza di parametri di disturbo (nuisance parameters) che scompaiono solo sotto le pesantissime ipotesi che la sequenza di innovazioni sia distribuita indipendentemente e identicamente nel tempo (i.i.d.): solo in questo caso per l'inferenza possono essere usati i valori critici tabulati in Fuller [1976] e in Dickey-Fuller [1981].

Phillips e Perron propongono quindi di trasformare le statistiche viste sopra in modo tale da eliminare i parametri di disturbo nelle distribuzioni asintotiche dei test. Queste statistiche trasformate permettono di utilizzare per l'inferenza le tavole di Fuller [1976] e Dickey-Fuller [1981] sotto ipotesi abbastanza generali sulla distribuzione di u_t (solo (a), (b), (c) e (d)).

Le seguenti statistiche $Z(\cdot)$ sono state proposte da Phillips e Perron [1988] (si veda anche Perron [1986], Perron [1988] e Perron-Phillips [1987]) come modificazioni delle statistiche originarie, e non contengono (al limite) parametri di disturbo¹³:

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha}-1) - \frac{\hat{\lambda}}{\bar{m}_{yy}}$$

$$Z(t_{\hat{\alpha}}) = \frac{\hat{s}}{\hat{\sigma}_{Th}} t_{\hat{\alpha}} - \frac{\hat{\lambda}' \hat{\sigma}_{Th}}{\bar{m}_{yy}^{1/2}}$$

¹³ Abbiamo preferito riportare le formule nella notazione di Perron-Phillips [1988], piuttosto diversa dalle altre, in quanto questa formulazione ci sembra più agevole soprattutto dal punto di vista dell'implementazione.

$$Z(t_{\mu}^{\wedge}) = \frac{\hat{s}}{\hat{\sigma}_{Th}} t_{\mu}^{\wedge} + \frac{\hat{\lambda}' \hat{\sigma}_{Th} m_y}{\bar{m}_{yy}^{1/2} m_{yy}^{1/2}}$$

$$Z(\Phi_1) = \frac{\hat{s}^2}{\hat{\sigma}_{Th}^2} \Phi_1 - \hat{\lambda}' \left\{ T(\hat{\alpha}-1) - \frac{\hat{\lambda}}{2 \bar{m}_{yy}} \right\}$$

$$Z(\tilde{\alpha}) = T(\tilde{\alpha}-1) - \frac{\tilde{\lambda}}{M}$$

$$Z(t_{\alpha}^{\sim}) = \frac{\tilde{s}}{\tilde{\sigma}_{Th}} t_{\alpha}^{\sim} - \frac{\tilde{\lambda}' \tilde{\sigma}_{Th}}{M^{1/2}}$$

$$Z(t_{\mu}^{\sim}) = \frac{\tilde{s}}{\tilde{\sigma}_{Th}} t_{\mu}^{\sim} + \frac{\tilde{\lambda}' \tilde{\sigma}_{Th} m_y}{M^{1/2} (M + m_y^2)^{1/2}}$$

$$Z(t_{\beta}^{\sim}) = \frac{\tilde{s}}{\tilde{\sigma}_{Th}} t_{\beta}^{\sim} - \frac{\tilde{\lambda}' \tilde{\sigma}_{Th} [(1/2)m_y - m_{ty}]}{(M/12)^{1/2} \bar{m}_{yy}^{1/2}}$$

$$Z(\Phi_2) = \frac{\tilde{s}^2}{\tilde{\sigma}_{Th}^2} \Phi_2 - (2/3)\tilde{\lambda}' \left\{ T(\tilde{\alpha}-1) - \frac{\tilde{\lambda}}{2 M} \right\}$$

$$Z(\Phi_3) = \frac{\tilde{s}^2}{\tilde{\sigma}_{Th}^2} \Phi_3 - \tilde{\lambda}' \left\{ T(\tilde{\alpha}-1) - \frac{\tilde{\lambda}}{2 M} \right\}$$

dove:

$$\hat{\lambda} = \frac{(\hat{\sigma}_{Th}^2 - \hat{s}^2)}{2}$$

$$\tilde{\lambda} = \frac{(\tilde{\sigma}_{Th}^2 - \tilde{s}^2)}{2}$$

$$\hat{\lambda}' = \hat{\lambda} / \hat{\sigma}_{Th}^2$$

$$\tilde{\lambda}' = \tilde{\lambda} / \tilde{\sigma}_{Th}^2$$

$$\bar{m}_{yy} = T^{-2} \sum_{t=1}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2$$

$$m_y = T^{-3/2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}$$

$$m_{yy} = T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2$$

$$m_{ty} = T^{-5/2} \sum_{t=1}^T t y_{t-1}$$

$$M = (1-T^{-2})m_{yy} - 12 m_{ty}^2 + 12(1-T^{-1})m_{ty}m_y - (4 + 6T^{-1} + 2T^{-2})m_y^2$$

$$= \frac{12 D_x}{T^6}$$

$$D_x = \det (X'X)$$

Nelle formule precedenti, $\hat{\sigma}_{Th}^2$ e $\tilde{\sigma}_{Th}^2$ sono stime consistenti di σ^2 in presenza di innovazioni non ortogonali (come sono, in generale, quelle dei modelli (4) e (5)), e sono date dalle espressioni¹⁴:

$$\hat{\sigma}_{Th}^2 = \hat{S}^2 + \frac{2 \sum_{r=1}^h w_{rh} \sum_{t=r+1}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-r}}{T}$$

$$\tilde{\sigma}_{Th}^2 = \tilde{S}^2 + \frac{2 \sum_{r=1}^h w_{rh} \sum_{t=r+1}^T \tilde{u}_t \tilde{u}_{t-r}}{T}$$

¹⁴ L'opzione SSCORR dei programmi presentati al par. 4 utilizza, nelle formule seguenti, le espressioni dei minimi quadrati per \hat{S}^2 e \tilde{S}^2 , e divide il secondo addendo per (T-2) nel caso di $\hat{\sigma}_{Th}^2$ e (T-3) nel caso di $\tilde{\sigma}_{Th}^2$ (anzichè T).

dove i pesi

$$w_{rh} = 1 - \frac{r}{h+1}$$

proposti da Newey-West [1987], garantiscono la non negatività di tali stime.

2) PROCESSI INTEGRATI E COINTEGRAZIONE

Come ricordato nell'introduzione, l'analisi multipla delle serie storiche poggia in larga misura sull'ipotesi di stazionarietà congiunta delle serie in esame, il che implica per le serie economiche la necessità di trasformazioni quali la detrendizzazione e la differenziazione che rischiano di alterare il significato attribuibile ai parametri che coniugano le serie tra di loro.

Nell'analisi multipla delle serie storiche lo sforzo interpretativo dei parametri stimati è certamente più impellente che nel caso univariato perché, ovviamente, è nel tentativo di attribuire ai nessi correlativi tra serie diverse un significato causale che si sostanzia il punto di più forte contatto tra analisi delle serie e teorizzazione modellistica che implichi l'esistenza di nessi di causa e effetto.

Nell'analisi di regressione le proprietà asintotiche degli stimatori dei parametri presuppongono che la matrice X dei regressori sia tale per cui

$$Q = \frac{1}{T} X'X$$

converga in probabilità, per T che tende a infinito, a una matrice costante e definita positiva.

Questa ipotesi è violata qualora nella matrice dei regressori compaiano grandezze non stazionarie.

I problemi inferenziali che sorgono nell'analisi univariata permangono, in un certo senso moltiplicati per effetto della possibile eterogenea non stazionarietà, nell'ambito dell'analisi multivariata.

Un tentativo sistematico di sviluppo di una generale teoria asintotica per l'analisi congiunta di processi non stazionari è probabilmente cominciato con l'articolo di Phillips-Durlauf [1986] e continuato soprattutto con una serie di contributi di Phillips¹⁵ da solo e con suoi collaboratori.

I paper che sembrano raccogliere contributi di maggior generalità sembrano essere in campo multivariato Park-Phillips [1986] e [1987], Sims-Stock-Watson [1987] e Gouriéroux-Maurel-Monfort [1987].

I risultati sono complessi e di difficile traduzione per diversità di impostazione del problema e per l'eterogeneità dei casi presi in esame.

¹⁵ Per una rassegna dei principali contributi di Phillips si veda Phillips [1987]

In generale comunque, in questi lavori si dimostra che nella regressione con processi integrati le stime dei parametri possono talora essere consistenti, ma solo in casi molto particolari godono della normalità asintotica, in quanto le espressioni dei momenti campionari convergono verso matrici di variabili casuali invece che di costanti.

Da questo problema discende il fatto che in questi modelli, di norma, l'inferenza non può essere fatta usando statistiche standard, cioè su distribuzioni basate sulla normale, bensì con distribuzioni che devono essere tabulate numericamente.

Particolare attenzione sta ricevendo dopo l'articolo di Granger [1983] e quello di Engle-Granger [1987] l'analisi congiunta di processi integrati che manifestano la proprietà cosiddetta di cointegrazione.

Il concetto di cointegrazione è stato strettamente connesso con l'esistenza di relazioni di lungo periodo tra grandezze integrate. Normalmente una combinazione lineare tra grandezze integrate genera una grandezza integrata dell'ordine più alto tra quello delle grandezze di partenza; la cointegrazione si sostanzia nella possibilità che la parte non stazionaria di due o più serie si possa elidere algebricamente generando combinazioni lineari con ordini di integrazione più bassi dell'usuale.

Più precisamente consideriamo un vettore di N grandezze x_t tutte integrate di ordine d , cioè grandezze che prese individualmente

devono essere differenziate d volte per avere una rappresentazione ARMA stazionaria e invertibile. Tale vettore viene detto cointegrato di ordine $d-b$ ($1 \leq b \leq d$, b e d interi) se esiste almeno un vettore α_i tale che

$$\begin{matrix} \alpha_i' & x_t & = & z_{it} \\ 1 \times N & N \times 1 & & 1 \times 1 \end{matrix}$$

con z_{it} processo integrato di ordine $d-b$. Indicheremo sinteticamente questa circostanza scrivendo

$$x_t \sim CI(d,b)$$

Qualora esista una molteplicità di vettori linearmente indipendenti α_i che godono di queste proprietà (supponiamo di avere r vettori linearmente indipendenti), il vettore x_t viene detto multicointegrato di ordine d,b , con rango di cointegrazione pari a r (r intero e $0 \leq r < N$). Sinteticamente, $x_t \sim MCI(d,b,r)$.

Chiameremo α la matrice $N \times r$ che raccoglie gli r (indipendenti) vettori di cointegrazione¹⁶; definendo

$$\begin{matrix} \alpha' & x_t & = & z_t \\ r \times N & & & r \times 1 \end{matrix}$$

sarà $x_t \sim MCI(d,b,r)$ se $z_t \sim I(d-b)$, cioè il vettore x_t sarà multicointegrato di ordine d,b con rango di cointegrazione r se

¹⁶ Poiché una trasformazione non singolare di $z_t \sim I(d-b)$ genera un vettore di grandezze $I(d-b)$, la matrice α' è identificata a meno di una premoltiplicazione per una matrice non singolare di ordine $r \times r$. Si veda Granger [1986].

esiste una matrice α di rango r tale da generare un vettore z_t le cui componenti z_{it} sono tutte integrate dello stesso ordine $d-b$.

La letteratura econometrica sulla cointegrazione è letteralmente esplosa perché la cointegrazione è sembrata a tutti il più solido concetto finora trovato che sposi teorizzazione economica di lungo periodo e analisi moderna delle serie storiche; per una rassegna aggiornata all'agosto 1987 si veda Engle [1987].

Buona parte della letteratura esistente è rappresentata da estensioni del concetto di cointegrazione anche se, sicuramente, la parte più problematica dell'analisi di cointegrazione è legata all'inferenza, tipicamente effettuata con tecniche "non standard".

Semplificando i problemi e presupponendo di partire da un vettore x_t di ordine N composto interamente di grandezze $I(1)$, esistono una molteplicità di approcci per verificare l'esistenza di cointegrazione, l'individuazione del suo rango e la stima dei vettori di cointegrazione¹⁷.

Per quanto concerne i test di esistenza di cointegrazione, di nuovo le proposte più interessanti sembrano venire da Phillips in Phillips-Ouliaris [1986] e da Stock-Watson [1986] e Johansen [1987], che sembrano pur nella loro diversità di approccio gli unici articoli che affrontano contemporaneamente i problemi di esistenza e di rango.

Il problema del rango di cointegrazione è cruciale in quanto per un vettore di grandezze $I(1)$ il rango di cointegrazione è

¹⁷ Si veda Hallman [1987] per una rassegna fino al marzo 1987.

associabile con la molteplicità delle relazioni di equilibrio (di lungo periodo) tra le grandezze in esame.

Se, per il momento supponiamo che N sia uguale a due e che quindi il rango di cointegrazione sia al massimo uguale a uno¹⁸, il problema del test di esistenza della cointegrazione e della stima del vettore di cointegrazione può essere enormemente semplificato, come suggerito in Engle-Granger [1987], seguendo una logica (chiamata a due stadi) che poggia sui risultati di cosiddetta superconsistenza di Stock [1987].

Supponendo di avere un vettore x_t composto di due grandezze $I(1)$ a media zero, le due grandezze sono cointegrate se esiste un vettore $\alpha' = [\alpha_1 \alpha_2]$ con elementi entrambe non nulli, definito a meno di un fattore scalare, per il quale

$$\alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} = z_t$$

Supponendo che la teoria economica ci fornisca lumi sulla direzione del nesso causale di lungo periodo tra x_{1t} e x_{2t} e supponendo che x_{2t} sia la causa e x_{1t} l'effetto, la regressione statica

$$x_{1t} = \beta x_{2t} + z_t^*$$

¹⁸ Il rango deve essere strettamente minore di N poiché se fosse pari a N la matrice α , di ordine $N \times N$, sarebbe una matrice invertibile. Ciò è tuttavia assurdo, in quanto implicherebbe che combinazioni lineari di N grandezze $I(0)$ generino grandezze $I(1)$. Si noti che qualora il rango di cointegrazione fosse uguale a zero, ovviamente non avremmo cointegrazione.

$$\beta = - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

genera uno stimatore di minimi quadrati $\hat{\beta}$ che gode della proprietà di convergere verso il valore "vero" β ad un saggio di convergenza pari a T , anziché $T^{1/2}$ come nel caso degli usuali stimatori OLS in presenza di grandezze stazionarie.

Questa proprietà è sostanzialmente assicurata dalla logica degli OLS in caso di cointegrazione. Poiché gli OLS hanno la caratteristica di minimizzare la varianza dei residui della regressione, qualsiasi parametro diverso dal β che garantisce

$$x_{1t} - \beta x_{2t} = z_t^* - I(0)$$

genererà residui $I(1)$ a varianza infinita; la logica di minimizzazione della varianza garantisce una convergenza rapida di $\hat{\beta}$ OLS a β di cointegrazione.

Ovviamente qualora le grandezze non siano cointegrate la regressione genera residui non stazionari ($I(1)$), per cui un test di esistenza di cointegrazione può essere fatto testando la stazionarietà dei residui della regressione statica.

Per $N > 2$ il rango di cointegrazione può essere maggiore di uno, per cui potremmo avere più vettori linearmente indipendenti di cointegrazione; questo tuttavia può succedere solo se sottoinsiemi delle grandezze che compaiono nel vettore di cointegrazione sono tra loro cointegrate.

Supponiamo di avere $N=3$ e di avere

$$x_{1t} - \beta_2 x_{2t} - \beta_3 x_{3t} = u_{1t} \sim I(0)$$

$$x_{1t} - \gamma_2 x_{2t} - \gamma_3 x_{3t} = v_{1t} \sim I(0)$$

$$\beta_2 \neq \gamma_2, \quad \beta_3 \neq \gamma_3$$

Se così fosse non riusciremmo con una stima statica ad avere, separatamente, stime di β_2 , β_3 e di γ_2 , γ_3 , ma questo può succedere solo se le variabili x_{2t} e x_{3t} sono a loro volta cointegrate: infatti avremo

$$(\beta_2 - \gamma_2)x_{2t} - (\beta_3 - \gamma_3)x_{3t} = (u_t - v_t) \sim I(0)$$

In questo caso x_{2t} e x_{3t} sarebbero cointegrate: il loro inserimento congiunto nella regressione con x_{1t} genera problemi di collinearità non eliminabili nemmeno asintoticamente per cui è evidente che l'analisi di cointegrazione effettuata con regressioni statiche che generino congiuntamente "buone" stime dei vettori di cointegrazione deve essere effettuata prima tra coppie di grandezze poi, eventualmente, tra terne e via di seguito. Per un vettore di lunghezza N il rango di cointegrazione sarà uno con un vettore di parametri α tutti diversi da zero se e solo se nessun sottoinsieme proprio delle N grandezze è cointegrato.

Engle-Granger [1987], nella loro logica a due stadi, hanno proposto diversi test per l'analisi dei residui della regressione statica, suggerendo l'utilizzazione di un test chiamato ADF (Augmented Dickey e Fuller) con valori critici da loro tabulati per

N=2. Engle-Yoo [1987] riportano i valori critici del test per N fino a 5.

Seguendo una logica parallela a quella seguita per l'analisi di integrazione a livello univariato, Phillips-Ouliaris [1987] hanno proposto insieme ad altri test statistiche del tipo $Z(\cdot)$ per i residui della regressione statica. Tali test assumono la forma:

$$Z(\alpha^*) = T(\alpha^* - 1) - \frac{\lambda^*}{m_{22}^{\alpha\alpha}}$$

$$Z(t_{\alpha^*}) = \frac{s^*}{\sigma_{Th}^*} t_{\alpha^*} - \frac{\lambda^* \sigma_{Th}^*}{m_{22}^{\alpha\alpha 1/2}}$$

in cui tutti i parametri indicati hanno definizione analoga a quella del paragrafo 2, facendo però riferimento alla regressione:

$$\hat{z}_t = \alpha \hat{z}_{t-1} + u_t$$

e indicando con α^* la stima OLS di α , e con s^{*2} e σ_{Th}^{*2} le stime delle varianze σ_u^2 e σ^2 ricavate con ovvia estensione delle formule del paragrafo 2.

Questi test sembrano avere proprietà statistiche per piccoli campioni superiori ai test proposti da Engle e Granger. I valori critici sono tabulati in Phillips-Ouliaris [1987] per N da 1 a 5 e T=500, e sono contenuti in quattro tabelle sotto il nome di $\hat{Z}\alpha$ standard e $\hat{Z}\alpha$ demeaned (relative al test $Z(\alpha^*)$) e \hat{Z}_t standard e \hat{Z}_t

demeaned (relative al test $Z(t_{\alpha}^*)$)¹⁹. Tali tabelle servono rispettivamente nel caso in cui i residui della regressione statica provengono da un modello senza intercetta (tabelle standard) o con intercetta (tabelle demeaned): nel primo caso i residui non hanno media zero mentre nel secondo hanno media zero per costruzione.

Hallmann [1987] avverte che solo in presenza di forti motivazioni in tal senso dettate dalla teoria economica la regressione statica non deve avere intercetta: la sua arbitraria abolizione aumenta i rischi (sempre presenti) di regressione spuria.

3) TEST DI INTEGRAZIONE: ALCUNI PROBLEMI APPLICATIVI

Discuteremo in questo paragrafo i principali problemi cui si trova davanti l'econometrico applicato che voglia utilizzare l'approccio di Phillips e Perron al fine di verificare la natura della non stazionarietà di una serie storica²⁰. Nel far questo

¹⁹ Nella procedura COINPHIL, presentata al paragrafo 4, è ammessa anche la possibilità $N=0$ (nel qual caso praticamente si esegue un test di integrazione); i corrispondenti valori critici sono stati tratti da Fuller [1976], pag.371 tab. 8.5.1 e pag.373 tab 8.5.2. Precisamente, con riferimento all'ampiezza campionaria 500, $\hat{\rho}$ e $\hat{\rho}_{\mu}$ (tabella 8.5.1) sono stati aggiunti rispettivamente alle tabelle \hat{Z}_{α} standard e \hat{Z}_{α} demeaned, mentre \hat{r} e \hat{r}_{μ} (tabella 8.5.2) sono stati aggiunti rispettivamente alle tabelle \hat{Z}_t standard e \hat{Z}_t demeaned. Riguardo ai test di cointegrazione senza precedente stima del vettore di cointegrazione, Hallman [1987], afferma che "it is quite legitimate to impose a particular cointegrating vector implied by theory, and correct restrictions will of course increase the efficiency of our estimates. The (...) test can be used to test the restriction."

²⁰ Vale la pena notare che nell'ottica del lavoro di Perron e Phillips il problema non è quello di trovare il miglior modello per modellare la non stazionarietà di una serie bensì, in caso di non stazionarietà, la scelta tra un modello delle serie che

saranno messi in luce anche alcuni problemi teorici a nostro avviso di un certo interesse.

Occorre precisare che in questo paragrafo abbiamo concentrato la discussione sui problemi applicativi dell'analisi di integrazione, trascurando quelli legati all'analisi di cointegrazione; questi ultimi sono d'altra parte facilmente riconducibili ai primi. Inoltre non ci siamo occupati di analizzare le caratteristiche di non stazionarietà di serie economiche italiane, poiché il risultato dei test avrebbe portato ad una acritica dimensione classificatoria, di nessuna utilità per comprendere i problemi e la logica di funzionamento dei test.

Il più immediato problema, superato quello della implementazione su calcolatore, è causato dal fatto di trovarsi di fronte a 10 test volti in sostanza a verificare un'unica ipotesi, cioè la presenza o meno di una radice unitaria. Occorre precisare che questo problema non è in alcun modo specifico di questo tipo di test: l'approccio "Augmented Dickey-Fuller"²¹, ad esempio, ha una logica estensione inclusiva di trend lineare²², e tutti i test su μ e β ,

implica stazionarietà intorno a un trend oppure un modello con radice unitaria nella parte AR. La scelta del miglior modello per serie non stazionarie implicherebbe quasi necessariamente, nell'ambito di rappresentazioni ARIMA(p,d,q), il passaggio a modelli con d frazionario (maggiore o uguale a 1/2). Per questo tipo di modelli si veda ad esempio Granger-Joyeux [1981] o Hosking [1981]. I modelli frazionari pongono problemi interpretativi nel passaggio all'analisi multivariata, dove ad esempio il concetto di cointegrazione necessita di estensioni ancora non completamente indagate (si veda Granger [1987]).

²¹ Said-Dickey [1984].

²² Nelson-Plosser [1982]; Dickey-Bell-Miller [1986] usano invece una estensione con trend del test classico di Dickey-Fuller.

disgiunti o congiunti, sono applicabili (anzi, sono da applicare) anche in questo ambito.

Per togliere d'impaccio, Perron [1988] propone una strategia sequenziale di lettura dei test. Tale strategia si basa principalmente su considerazioni (già sviluppate in Dickey [1984] e Dickey-Bell-Miller [1986]) in merito alla potenza relativa, contro l'ipotesi di stazionarietà, dei test $T(\alpha-1)$ e t_{α} da una parte e $T(\alpha-1)$ e t_{α} dall'altra.

In particolare, con riferimento a un processo di generazione dei dati del tipo

$$y_t = \mu + \beta t + \alpha y_{t-1} + \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim \text{W.N.} \quad (6)$$

le simulazioni condotte da Dickey [1984] sulle distribuzioni dei test sotto H_0 ($\alpha=1$) e sotto varie alternative stazionarie per vari valori di μ e β mostrano che:

(a) La potenza dei test sull'ipotesi nulla $\alpha=1$ contro l'alternativa $\alpha < 1$ condotti usando il modello (4) non varia al variare di μ in (6), ma crolla disastrosamente quando $\beta \neq 0$ ²³.

(b) La potenza dei test sull'ipotesi nulla $\alpha=1$ contro l'alternativa $\alpha < 1$ condotti usando il modello (5) non varia nè al variare di μ nè al variare di β in (6). Essa è tuttavia inferiore a quella dei test condotti utilizzando il modello (4) quando $\beta=0$.

²³ In generale (Perron [1988], appendice 1) la potenza è asintoticamente uguale a 0 se $\beta \neq 0$.

Dall'osservazione (a), Perron deduce logicamente che:

(c) I test condotti usando il modello (4) non hanno asintoticamente alcuna potenza contro l'alternativa di stazionarietà intorno a un trend. In tal caso infatti, come dimostra Perron [1988] nell'appendice 1, $\hat{\alpha}$ è pesantemente distorto verso 1, e quindi la radice unitaria tende ad essere accettata.

Altre considerazioni rilevanti al fine di stabilire una strategia ottimale di lettura dei test sono le seguenti:

(d) La distribuzione di $\hat{\alpha}$ e $t_{\hat{\alpha}}$ sotto H_0 ($\alpha=1$) non è indipendente da μ : in particolare la varianza diminuisce al crescere del valore assoluto di μ , causando probabilità di errore di prima specie molto inferiore a quella valida nel caso $\mu=0$. Ciò non è in contraddizione con la considerazione (a), in quanto la distribuzione sotto H_A ($\alpha<1$), e quindi la potenza, è quella usuale in caso di serie $I(0)$, ed è quindi indipendente da μ .

(e) La distribuzione di $\tilde{\alpha}$, $t_{\tilde{\alpha}}$ e Φ_3 sotto H_0 è indipendente da μ .

(f) La distribuzione di $\tilde{\alpha}$ e $t_{\tilde{\alpha}}$ sotto H_0 ($\alpha=1$) non è indipendente da β : in particolare la varianza diminuisce al crescere del valore assoluto di β , causando probabilità di errore di prima specie molto inferiore a quella valida nel caso $\beta=0$. Per quanto detto sopra, ciò non è in contraddizione con la considerazione (b).

(g) La distribuzione di $\hat{\beta}$ e $t_{\hat{\beta}}$ sotto H_0 ($\beta=0, \alpha=1$) non è indipendente da μ : in particolare al crescere del valore assoluto di μ la varianza cresce. Ciò è vero, se $\alpha=1$, tanto sotto H_0 quanto sotto H_A ($\beta \neq 0, \alpha=1$); pertanto la presenza di un "drift" (come usualmente viene definito μ quando $\alpha=1$) comporta sia probabilità di errore di prima specie più alta di quella teorica, sia perdita di potenza contro l'alternativa rispetto al caso tabulato $\mu=0$.

Le considerazioni (c) e (d) portano Perron a proporre (in contrasto con Dickey-Bell-Miller [1986]) la seguente strategia: (I) partire dai test basati sul modello (5), usando "le statistiche $Z(\alpha)$, $Z(t_{\alpha})$ e $Z(\Phi_3)$ "²⁴ per verificare se c'è evidenza che consenta di rifiutare l'ipotesi nulla di radice unitaria. (II) Se è possibile rifiutare, non occorre proseguire. (III) Se non è possibile rifiutare, ciò può essere dovuto alla scarsa potenza di queste statistiche rispetto a quelle basate sul modello (4). Tuttavia, prima di implementare le statistiche basate su questo modello, occorre verificare che il drift μ sia zero, in quanto esse non sono invarianti rispetto a μ . Pertanto, usiamo la statistica $Z(\Phi_2)$ (...);

²⁴ Perron non si addentra a discutere il caso, non così infrequente, di contrasto tra le tre statistiche. Il contrasto tra $Z(\hat{\alpha})$ e $Z(t_{\hat{\alpha}})$ sembrerebbe da risolvere a favore di $Z(\hat{\alpha})$, estendendo per analogia i risultati delle simulazioni effettuate da Phillips-Perron [1988] e Perron [1988] sui test $Z(\hat{\alpha})$ e $Z(t_{\hat{\alpha}})$. Il contrasto tra $Z(\Phi_3)$ e i primi due test (e in genere il contrasto tra i vari test disgiunti su α e i test Φ) crea invece alcuni problemi. Per una lettura rigorosa occorrerebbe studiare la distribuzione di $Z(\Phi_3)$ sotto le due alternative ($\alpha < 1, \beta = 0$) e ($\alpha = 1, \beta \neq 0$). Il suggerimento implicito di Perron sembrerebbe a favore di $Z(\Phi_3)$ (in quanto $Z(\hat{\alpha})$ e $Z(t_{\hat{\alpha}})$ non sono invarianti rispetto a β ; Perron [1988], p.317, nota 22). L'esercizio da noi svolto nel seguito, evidenziando la pessima performance di $Z(\Phi_3)$, sembrerebbe invece far propendere per i test disgiunti.

se $Z(\phi_2)$ suggerisce che l'ipotesi nulla $(\mu, \beta, \alpha) = (0, 0, 1)$ non può essere rifiutata, allora (IV) l'uso di statistiche derivate dalla regressione (4) può essere più appropriato. Il test è quindi condotto attraverso $Z(\hat{\alpha})$, $Z(t_2)$ e $Z(\phi_1)$.²⁵ La strategia proposta da Perron è rappresentata con il diagramma di flusso in Fig. 1.

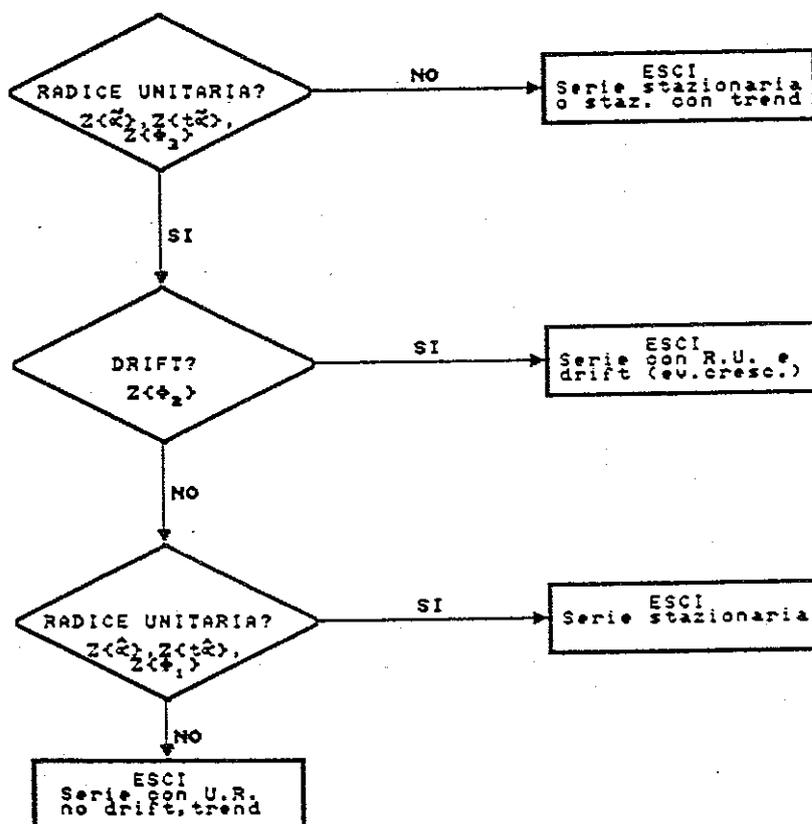


Figura 1
Diagramma di flusso della strategia di Perron

²⁵ Perron [1988], p.316-317.

A scopo esemplificativo, abbiamo applicato la strategia di Perron ad un gruppo di serie simulate²⁶. Si noti che l'esempio qui proposto si discosta parecchio da una simulazione di Montecarlo, che tipicamente comporta la simulazione di un gran numero di serie sotto H_0 e altrettante sotto ciascuna delle specifiche ipotesi alternative considerate.

Lo scopo non è quindi tanto quello di mostrare con grande dettaglio problemi di performance della strategia, quanto piuttosto di indicare, in base a una scelta ragionata delle serie, se esistano problemi "macroscopici" di performance almeno in qualche caso. Le serie R e TR dell'appendice saranno utilizzate per verificare la strategia nel suo complesso; mediante le serie DR valuteremo la performance dei test in presenza di disturbi con parte MA non invertibile; le serie S e T permetteranno invece una valutazione dei test applicati a serie stagionali. Non sono state prese in considerazione serie con due radici unitarie, nè del tipo $(1-L)^2$ nè del tipo $(1-L)(1-L^5)$. Come chiarito nel paragrafo 1 infatti, in questo caso i test considerati si distribuiscono (anche asintoticamente) in modo diverso da quello tabulato. Alcune analisi preliminari su serie di questo tipo hanno mostrato risultati di difficile interpretazione; di qui la scelta di non prendere in considerazione il problema in questa fase.

Serie R e serie TR (valutazione della strategia): come illustrato nell'appendice A, le serie R non includono trend nel

²⁶ Le serie utilizzate sono presentate in appendice.

processo di generazione dei dati ($\beta=0$), mentre le serie TR hanno la stessa parametrizzazione ma includono un trend ($\beta \neq 0$). Le tabelle A1 e A2 (tabelle analitiche) danno il risultato di tutti i test per i due gruppi di serie in termini rifiuto o non rifiuto dell'ipotesi nulla corrispondente²⁷ a livello di confidenza del 95%. In queste e nelle successive tabelle il rifiuto di H_0 è indicato con R, il non rifiuto è indicato con A.

Le tabelle S1 e S2 (tabelle sintetiche) evidenziano invece solamente la risposta circa la presenza o meno di radici unitarie, confrontando la risposta della strategia, quella dei test basati sul modello (5) e quella dei test basati sul modello (4).

L'analisi delle tabelle porta a fare alcune considerazioni di un certo interesse:

²⁷ Per adottare un criterio uniforme in tutti i casi, il valore critico è stato confrontato con il valore medio che il test assume per $h \in [0,12]$. Le indicazioni sulla scelta di h sono in letteratura molto scarse e non conclusive. Perron [1988], pag. 312-313, rimandando a un suo precedente studio indica che "quando le variabili sono autocorrelate positivamente, un valore piccolo di h minimizzerà l'errore quadratico medio (MSE; si sottintende, dello stimatore di σ^2) (ad esempio un MA(1) con un parametro positivo). Quando le variabili sono autocorrelate negativamente, un valore grande di h minimizzerà il MSE (ad esempio un MA(1) con un parametro negativo). Se le variabili sono quasi non stazionarie, è necessario un h grande (ad esempio un AR(1) con un parametro vicino a uno). Se le variabili hanno quasi una radice unitaria negativa gli stimatori si comportano in modo vario e inaffidabile (ad esempio un AR(1) con un parametro vicino a meno uno). Un suggerimento (...) potrebbe essere quello di fare qualche analisi preliminare circa la natura della correlazione per determinare il valore appropriato di h . Un altro modo di affrontare il problema è quello di verificare la sensibilità dei risultati a vari valori di h ." (N.B.: il modello di riferimento nella citazione precedente è $u_t = \gamma u_{t-1} + \theta \epsilon_{t-1} + \epsilon_t$). Nelle tabelle analitiche un asterisco (*) indica che per almeno un valore di h il test ha dato una risposta diversa rispetto alla media.

SERIE	$Z(\hat{\alpha})$	$Z(t_{\alpha})$	$Z(\hat{\phi}_3)$	$Z(\hat{\phi}_2)$	$Z(t_{\mu})$	$Z(t_{\beta})$	$Z(\hat{\alpha})$	$Z(t_{\alpha})$	$Z(\hat{\phi}_1)$	$Z(t_{\mu})$
R1	R	R	R	R	R	A	R	R	R	R
R2	R	R	R	R	R	A	R	R	R	R
R3	R ^o	R ^o	R ^o	R	R*	R ^o	A	A	R	R
R4	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
R5	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
R6	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
R7	R	R	R	R	R	A	R	R	R	R
R8	R ^o	R ^o	R ^o	R	R	R ^o	A	A	R*	A ^o
R9	R ^o	R ^o	R ^o	R ^{o*}	R ^o	R ^{o*}	A	A	A	A
R10	A	A	A	R	A*	A	A	A	R	A*

Tabella A1
Test sulle serie senza trend

* : Per almeno un valore di $h \in [1,12]$ il test al 5% da risposta contraria alla media
^o : Risposta scorretta

(i) La strategia proposta da Perron sembra lavorare molto male con le serie R ($\beta=0$), dove sbaglia tre volte, contro nessun errore commesso usando il modello (4). Considerando più in dettaglio questa evidenza, sorgono parecchi dubbi sia sul passo (II) (soprattutto) sia sul passo (III) della strategia. Va infatti notato che, sebbene per tutte le serie R il modello (4) fornisca test più potenti contro l'alternativa $\alpha < 1$ (per la considerazione (b) di cui sopra), la strategia porta a tale modello solo per le serie R4, R5 e R6 (che sono effettivamente, a parte R9, le uniche serie in cui $\mu=0$). La cosa

SERIE	$Z(\hat{\alpha})$	$Z(t_{\alpha})$	$Z(\hat{\phi}_3)$	$Z(\hat{\phi}_2)$	$Z(t_{\mu})$	$Z(t_{\beta})$	$Z(\hat{\alpha})$	$Z(t_{\alpha})$	$Z(\hat{\phi}_1)$	$Z(t_{\mu})$
TR1	R	R	R	R	R	R	A ^{O*}	A ^{O*}	A ^{O*}	A ^{O*}
TR2	R	R	R	R	R	R	A ^O	A ^O	A ^O	A ^O
TR3	A	A	R	R*	A ^O	A ^O	A	A ^R	R	R
TR4	A	A	A ^O	R	A	A ^O	A	A ^R	R ^O	A
TR5	A	A	A ^{O*}	R	A	A ^O	A	A ^R	R ^O	R ^O
TR6	A	A	R	R	A	A ^O	A	A ^R	R ^O	R ^O
TR7	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
TR8	A	A	A ^O	R	A ^O	A ^O	A	A ^R	R	R*
TR9	A	A	R*	R	A	A ^O	A	A ^R	R ^O	R ^O
TR10	A	A	A ^O	R	A ^O	A ^O	A	A	R	A ^O

Tabella A2
Test sulle serie con trend

*: Per almeno un valore di $h \in [1,12]$ il test al 5% da risposta contraria alla media
^O: Risposta scorretta; ^R: Accetterebbe, almeno per qualche h , $\alpha > 1$

più grave sembra essere tuttavia il "non luogo a procedere" in caso di rifiuto di H_0 al passo (I). Nel caso delle serie R3, R8 e R9 questo porta infatti a non considerare le statistiche del modello (4), che avrebbero dato la risposta corretta.

Intuitivamente è chiaro che se $\beta=0$ e la serie ha una radice unitaria, e si utilizza il modello (5) (con trend) per verificare l'ipotesi $\alpha=1$, capiterà talvolta, in particolare in piccoli campioni e/o per disturbi particolarmente fastidiosi rispetto all'individuabilità di una radice unitaria, come ad esempio MA(1) con

SERIE	STRAT.	MOD.(5)	MOD.(4)	VERO
R1	R	R [†]	R	R
R2	R	R [†]	R	R
R3	R [○]	R ^{†○}	A	A
R4	A	A	A [†]	A
R5	A	A	A [†]	A
R6	A	A	A [†]	A
R7	R	R [†]	R	R
R8	R [○]	R ^{†○}	A	A
R9	R [○]	R ^{†○}	A	A
R10	A	A [†]	A	A

Tabella S1
Serie senza trend

○ : Risposta scorretta
† : Modello selezionato

SERIE	STRAT.	MOD.(5)	MOD.(4)	VERO
TR1	R	R [†]	A [○]	R
TR2	R	R [†]	A [○]	R
TR3	A	A [†]	A	A
TR4	A	A [†]	A	A
TR5	A	A [†]	A	A
TR6	A	A [†]	A	A
TR7	R	R [†]	R	R
TR8	A	A [†]	A	A
TR9	A	A [†]	A	A
TR10	A	A [†]	A	A

Tabella S2
Serie con trend

○ : Risposta scorretta
† : Modello selezionato

parametro negativo o AR(1) con parametro positivo (come è in tutte le serie nostre serie in cui l'errore è stato commesso), di attribuire al trend la non stazionarietà, commettendo un errore che non sarebbe possibile utilizzando il modello (4).

Le risposte dei due modelli saranno poi particolarmente diverse se $\mu=0$. Ciò è dovuto allo schiacciamento di $\hat{\alpha}$ intorno a uno quando è vera H_0 e c'è drift. Tale schiacciamento non si verifica invece per α . Ciò da conto del fatto che, usando i valori critici tabulati per $\hat{\alpha}$ (che sono effettivamente validi solo se $\mu=0$) nel caso in cui $\mu \neq 0$, si

verifica una riduzione drastica dell'errore di prima specie. La cosa interessante da notare è che, per contro, non si ha alcun aumento dell'errore di seconda specie rispetto al caso $\mu=0$ ²⁸ (per la considerazione (a) la potenza di $T(\hat{\alpha}-1)$ e $t_{\hat{\alpha}}$ non dipende da μ). Usando α invece si ha una minor potenza, e non si beneficia della diminuzione della probabilità di errore di prima specie che si potrebbe avere "gratuitamente" quando $\mu \neq 0$.

(ii) L'analisi delle serie TR ($\mu \neq 0$) porta ad altre interessanti considerazioni. Innanzitutto va notato che in questo caso la strategia, che non rimanda mai al modello (4), non commette alcun errore; il modello (4), al contrario, sbaglia due volte, e precisamente in due delle tre serie stazionarie intorno a un trend (TR1, TR2 e TR7). Questo risultato concorda con la considerazione (c).

Va poi notato che il test $Z(\Phi_2)$ non consente il passaggio al modello (4) non solo quando $\mu \neq 0$, ma anche quando $\beta \neq 0$ e $\mu=0$ (serie TR4, TR5, TR6 e TR9). Performance veramente pessima è invece quella dei test $Z(t_{\beta}^*)$, $Z(t_{\mu}^*)$ e $Z(\Phi_3)$.

Nel caso di $Z(t_{\mu}^*)$ si verificano tre accettazioni scorrette. Ciò è da imputarsi, a nostro giudizio, non tanto alla dipendenza della distribuzione del test da y_0 (nelle serie R infatti il test sembra

²⁸ In altre parole, il costo della riduzione dell'errore di prima specie è solamente la non diminuzione dell'errore di seconda specie, anziché il suo aumento come è in generale in assenza di radici unitarie.

lavorare meglio), quanto piuttosto alla sua plausibile dipendenza da β .

$Z(t_{\beta}^{\sim})$ accetta scorrettamente in tutti i sette casi in cui c'è radice unitaria. La cosa inattesa è che ciò si verifichi anche nei quattro casi in cui $\alpha=1$ e $\mu=0$, cioè nei soli casi in cui è stata utilizzata correttamente la distribuzione tabulata. I pessimi risultati sembrano quindi da attribuire non solo (o non tanto) alla dipendenza da μ della distribuzione di $\tilde{\beta}$, quanto al fatto che $\tilde{\beta}$ è plausibilmente distorto verso 0 quando $\alpha=1$, risultato che peraltro sarebbe da verificare mediante simulazioni di Montecarlo.

Analogo discorso vale per $Z(\Phi_3)$; le quattro accettazioni scorrette, che coincidono con altrettanti casi di accettazione scorretta di $Z(t_{\beta}^{\sim})$, inducono a pensare che sotto l'alternativa $\alpha=1$ $\beta=0$ il test si distribuisca in modo molto simile alla distribuzione sotto H_0 , e quindi la potenza sia molto bassa rispetto a questa alternativa. La potenza sembra invece accettabile rispetto all'alternativa $\alpha<1$ $\beta=0$ (serie TR1, TR2 e TR7); in questi casi infatti il test rifiuta correttamente. Questi sospetti sarebbero comunque da verificare con una serie di esercizi di simulazione.

Va infine rilevato che i test $Z(\tilde{\alpha})$ e $Z(t_{\alpha}^{\sim})$ lavorano bene anche in presenza di trend, contrariamente all'indicazione di Perron [1988], p.304. Il ragionamento è in questo caso analogo a quello fatto in precedenza per $Z(\hat{\alpha})$ e $Z(t_{\alpha})$ quando $\mu=0$. Se $\beta=0$ infatti le distribuzioni di $Z(\tilde{\alpha})$ e $Z(t_{\alpha}^{\sim})$ hanno varianza molto più bassa sotto H_0 e non si modificano sotto l'alternativa di stazionarietà intorno a un

trend. Si beneficia pertanto anche in questo caso di una diminuzione della probabilità di errore di prima specie senza costi visibili in termini di potenza. Ci sembra pertanto che l'uso del test non sia da sconsigliare in questo caso.

In sintesi, l'analisi delle serie R e TR mostra che teoricamente si potrebbe modificare la strategia proposta da Perron ottenendo guadagni in termini di minor errore di prima specie per la strategia nel suo complesso. Ciò sarebbe possibile rendendo più efficiente il passaggio da (5) a (4) qualora β fosse uguale a zero, effettuando la verifica di tale ipotesi sul modello (5) preliminarmente al test su α e rendendo il passaggio al modello (4) obbligatorio quando $\beta=0$ anche se $\mu \neq 0$. Tale modifica, rappresentata nel diagramma di flusso in Fig. 2, comporterebbe i seguenti effetti:

- (i) diminuzione dell'errore di prima specie quando $\alpha=1$ e $\beta=0$
- (ii) aumento della potenza contro l'alternativa $\alpha < 1$ e $\beta=0$
- (iii) perdita di potenza contro l'alternativa $\alpha < 1$ e $\beta \neq 0$ ²⁹

Il problema ovviamente consiste nell'individuare un test che consenta la verifica dell'ipotesi $\beta=0$. Il test $Z\{t_{\beta}^{\alpha}\}$ non è un buon candidato nè dal punto di vista teorico (essendo la sua distribuzione dipendente da μ) nè da quello pratico (con le nostre serie sbaglia 10 volte su 20). Il test $Z\{\Phi_3\}$ sarebbe teoricamente utilizzabile, andando al modello (4) quando l'ipotesi nulla è accettata e rimanendo

²⁹ La perdita di potenza si avrebbe, in questo caso, se la strategia alternativa rinviasse per errore al modello (4), cosa che con la strategia di Perron non avviene praticamente mai.

al modello (5) quando essa è rifiutata. In pratica però, quando $\alpha=1$, $Z(\phi_3)$ sembra commettere troppo spesso errore di prima specie se $\beta=0$, e troppo spesso errore di seconda specie se $\beta \neq 0$. Teoricamente la probabilità di commettere il primo errore, che è il più grave dei due, dovrebbe convergere asintoticamente al 5%. Il secondo errore, comunque da studiare, è certamente meno rilevante perché passando scorrettamente al modello (4) quando $\alpha=1$ e $\beta \neq 0$ si individua quasi certamente la radice unitaria, essendo α distorto verso 1. Va notato che quando $\alpha < 1$, $Z(\phi_3)$ sembra rifiutare correttamente per qualunque β . In tal caso quindi, l'analisi su α sarebbe fatta usando il modello (5), meno potente rispetto all'alternativa $\alpha < 1$ quando $\beta \neq 0$.

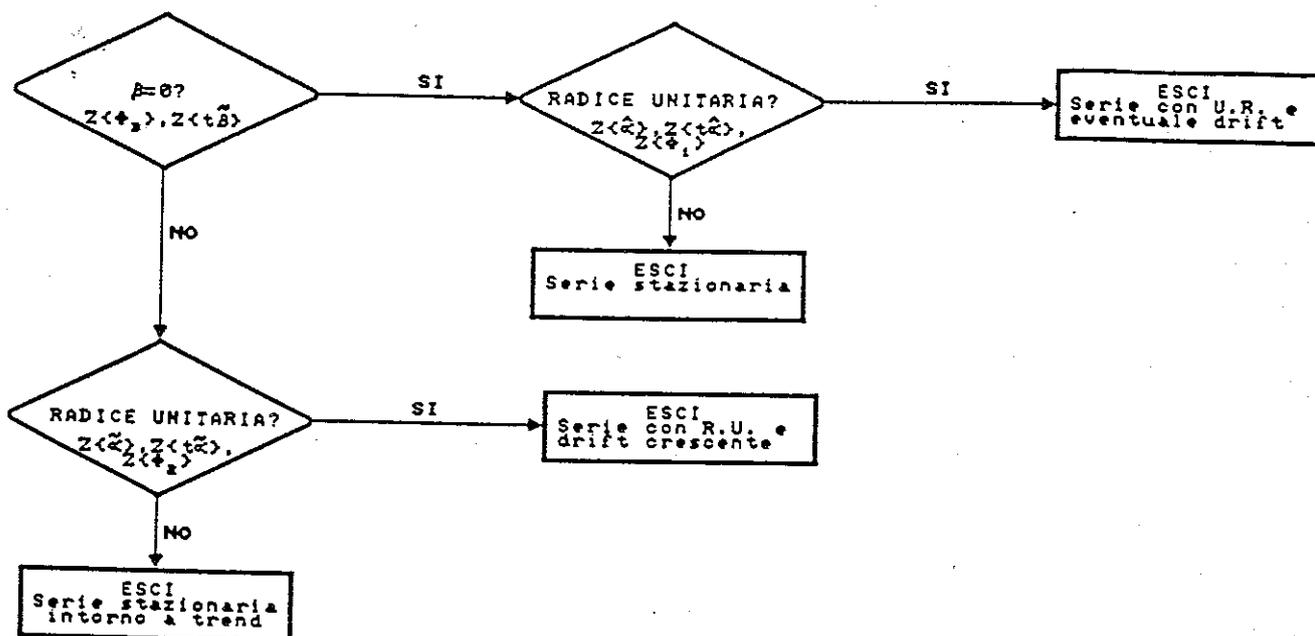


Figura 2
Diagramma di flusso della strategia alternativa

Con le serie da noi utilizzate la strategia alternativa proposta da esattamente gli stessi risultati di quella di Perron; occorrerebbe verificare se, come pensiamo, in campioni più grandi e/o evitando disturbi "fastidiosi" sia possibile ottenere qualche guadagno.

Serie DR (valutazione MA negativi): Per verificare la performance dei test in caso di sovradifferenziazione abbiamo invece utilizzato le serie DR1 DR3 e DR7, cioè le differenze prime delle serie stazionarie R1 R3 e R7. Come noto la sovradifferenziazione induce un nucleo MA non invertibile nel disturbo. Come si nota dalla tabella A3, questo non sembra creare ai test alcun problema; l'ipotesi di radice unitaria nella parte AR viene infatti correttamente rifiutata in tutti e tre i casi. Pertanto, indurre un MA non invertibile in una serie stazionaria non incide negativamente sulla probabilità di errore di seconda specie.

Viceversa, come già mostrato attraverso simulazioni di Montecarlo in Perron [1988] e Phillips-Perron [1988], la presenza di MA con parametro negativo in processi con radice unitaria porta, nei test di Phillips e Perron, ad un drammatico aumento della probabilità di errore di prima specie rispetto a quella teorica, aumento che arriva a punte che appaiono inaccettabili all'avvicinarsi a uno della radice dell'MA. Questo fatto può convincere chi intenda verificare la stazionarietà di un processo ad utilizzare il test "Augmented Dickey-Fuller", che pur avendo proprietà peggiori nel caso di disturbi WN o

MA(1) con parametro positivo, sono meno sensibili alla presenza di MA(1) con parametro vicino a meno uno.

TEST	DR1	DR3	DR7
$Z(\hat{\alpha})$	R	R	R
$Z(t_{\hat{\alpha}})$	R	R	R
$Z(\hat{\Phi}_3)$	R	R	R
$Z(\hat{\Phi}_2)$	R	R	R
$Z(t_{\hat{\mu}})$	A	A	A
$Z(t_{\hat{\beta}})$	A	A	A
$Z(\hat{\alpha})$	R	R	R
$Z(t_{\hat{\alpha}})$	R	R	R
$Z(\hat{\Phi}_1)$	R	R	R
$Z(t_{\hat{\mu}})$	A	A	A

Tabella A3
Test sulle serie differenziate

A questo proposito occorre tuttavia richiamare quanto già evidenziato da Perron [1988], p.314, cioè che quando il parametro dell'MA si avvicina a meno uno, un processo con una radice unitaria diviene indistinguibile da un processo stazionario. Più in generale, se y_t è generato da un processo

$$(1-\alpha L)y_t = \mu + (1-\theta L)\epsilon_t \quad \epsilon_t \sim \text{WN}$$

è facile mostrare che se $\alpha = -\theta$ si ha una cancellazione di fattori comuni e y_t è in sostanza un WN (con media in generale non nulla); in particolare, se $\alpha = -\theta = 1^{30}$, y_t sarà un WN intorno a un trend deterministico lineare. Quanto più $-\theta$ si avvicina ad α , tanto più il

³⁰ In tal caso $y_t = (y_0 + \theta \epsilon_0) + \mu t + \epsilon_t$.

processo assomiglierà a un WN³¹. Inoltre, se $\alpha=1$, quanto più $-\theta$ si avvicina ad 1, tanto più lentamente la varianza di $y_t - (y_0 + \theta e_0) - \mu t = (1+\theta)\sum \epsilon_i + \epsilon_t$ tenderà a esplodere³².

E' stato sottolineato da più parti che l'elemento del concetto di integrazione dotato di maggior pregnanza logica ed economica è la persistenza dell'impulso. E' utile quindi notare che se α è uguale a uno e θ è uguale, ad esempio, a $-.8$, solo il 20% di un impulso permane effettivamente nel processo, mentre il rimanente 80% viene corretto al passo successivo.

In base a queste considerazioni non è facile dire se l'eccessiva tendenza al rifiuto dell'ipotesi nulla, manifestata dai test di Phillips e Perron in serie di questo tipo, sia un difetto o un pregio. Da un altro punto di vista la minor probabilità di errore di prima specie del test ADF, pagata a caro prezzo in termini di potenza nei piccoli campioni, non sembra alla luce di quanto detto una proprietà tanto desiderabile.

Serie S e T (stagionalità): come ultimo esercizio abbiamo verificato la performance dei test con serie stagionali. Per far questo abbiamo utilizzato le serie S dell'appendice e le corrispondenti serie T, ottenute filtrando le serie S con il filtro $(1+L+L^2+\dots+L^{s-1})$. L'esercizio è in questo caso veramente molto

³¹ E' interessante notare che nelle simulazioni di Perron [1988] e Phillips-Perron [1988] la potenza valutata per $\alpha=.85$ e $\theta=-.8$ è in sostanza la potenza contro un WN.

³² Ad esempio, per $\theta=-.9$, il raddoppio della varianza richiede 100 periodi anziché uno solo, ed è quindi praticamente non individuabile in un piccolo campione.

limitato. Non è fatta alcuna valutazione della performance dei test in presenza di stagionalità deterministica, nè dei problemi derivanti dalla possibile presenza di trend deterministici.

Per questo motivo la valutazione è stata fatta utilizzando i soli test basati sul modello (4) ($\beta=0$), che sono stati messi a confronto con i test ADF senza trend. I risultati sono stati riportati in tabella A4.

SERIE	$Z(\hat{\alpha})$	$Z(\hat{\tau}_{\alpha})$	$Z(\hat{\phi}_1)$	$Z(\hat{\tau}_{\mu})$	ADF	VERO
S2	R ^o	R ^o	R ^o	R ^o	R ^{o*}	A
S3	A	A	A	A	A	A
S4	R	R	R	R	R	R
S5	A	A	A ^o	A ^o	A	A
S8	R	R	R	R	R	R
S9	R ^o	R ^o	R	R	A*	A
T2	A	A	A	A	A*	A
T3	A	A	A	A	A	A
T4	R	R	R	R	A ^{o*}	R
T5	A	A	R	R	A	A
T8	R*	R*	A ^{o*}	R*	R*	R
T9	A	A	R	A ^o	A	A

Tabella A4
Test sulle serie stagionali

* : Per almeno un valore di $h \in \{1, 12\}$ il test al 5% dà risposta contraria alla media
o : Risposta scorretta

Analizzando la tabella nella parte relativa alle serie S, si osserva che i test di Phillips e Perron commettono errore in due casi (serie S2 e S9, in cui rifiutano la radice unitaria in realtà presente) mentre il test ADF sbaglia nel caso della serie S2 e da risultati contraddittori riguardo alla serie S9.

Nelle serie filtrate, i test di Phillips e Perron non commettono alcun errore (salvo risultati contraddittori per la serie T8), mentre il test ADF commette un errore (serie T4, in cui accetta una radice unitaria in realtà non presente) e da risultati contraddittori in due casi (serie T2 e T8).

Una prima conclusione, molto provvisoria, sembra essere a favore del filtraggio che, se non altro, appare non peggiorare i risultati.

Nel caso dei test di Phillips e Perron i risultati sembrano migliori. I risultati meno buoni del test ADF potrebbero invece essere da attribuire alla parte MA non invertibile indotta sulle serie dall'operazione di filtraggio, non trattabile con la correzione autoregressiva utilizzata in questo approccio.

4) LE PROCEDURE RATS PER L'ANALISI DI INTEGRAZIONE E COINTEGRAZIONE

Tutti i test Z(.) proposti da Phillips e Perron sono stati da noi implementati come procedure RATS in due distinti programmi: INTPHIL (per l'analisi di integrazione) e COINPHIL (per l'analisi di cointegrazione); entrambe queste procedure calcolano anche il corrispondente test ADF. Per l'uso delle procedure in RATS si veda il manuale della versione 3.00 al capitolo 4³³. Brevemente, una procedura può essere considerata come una istruzione RATS aggiuntiva. La sola limitazione consiste nel fatto che la procedura deve essere

³³ Doan [1988].

compilata all'inizio di (o nel corso di) ogni sessione in cui la si voglia utilizzare mediante il comando:

```
SOURCE <nome file>
```

Dopo la compilazione la procedura può essere eseguita quante volte si vuole, usando la sintassi generale:

```
@<nome proc.>(opzioni) parametri
```

Specificamente, la procedura INTPHIL ha tre opzioni e tre parametri, e si lancia con il comando (le parentesi quadre indicano il default delle opzioni):

```
@INTPHIL(ELLE=[1],OUTPUT=[BRIEF],[NOSSCORR]) series start end
```

I parametri indicano rispettivamente il nome della serie storica da analizzare, l'inizio e la fine del campione. L'opzione ELLE indica il numero massimo di autocovarianze da utilizzare nelle stime di σ^2 (indicato con h nelle formule del paragrafo 1); l'opzione OUTPUT indica il livello di output desiderato (BRIEF=sintetico, DETAILED=dettagliato); la terza opzione consente di utilizzare formule più appropriate per piccoli campioni (SSCORR). Usando tale opzione, tutte le varianze (eccetto quelle che compaiono nei test ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3) sono stimate dividendo per i gradi di libertà del corrispondente modello anziché per l'ampiezza campionaria, e le formule di ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 sono quelle per piccoli campioni (si vedano le note 9, 10 e 14). La procedura INTPHIL lascia in area di lavoro un

vettore TESTI contenente gli 11 test calcolati nello stesso ordine dell'output.

La procedura coinphil si lancia invece con il comando:

```
@COINPHIL(ELLE=[1],ENNE=[1],[NOSSCORR]) series start end
```

in cui l'opzione ENNE indica il numero di regressori nella regressione di cointegrazione, mentre tutto il resto è uguale al caso precedente. La procedura COINPHIL lascia in area di lavoro un vettore TESTC contenente i 3 test calcolati nello stesso ordine dell'output.

Le due procedure sono preparate per la versione 3.00 di RATS; possono tuttavia essere utilizzate anche con le versioni precedenti sostituendo il comando LINREG con il comando OLS.

Listato del file INTPHIL.SRC:

```
* PROCEDURE INTPHIL BY R.MOSCONI; DATE: 28/01/1988; VER 2.10
* BASED ON PHILLIPS-PERRON, BIOMETRIKA, 1988
*       PERRON, JOURNAL OF EC. DYN. & CONTR., 1988
* BMA REQUIREMENT: COMPILE=4000
IEVAL BASPHIL=0
*****
***** THIS PROCEDURE COMPUTES PHILLIPS-PERRON INTEGRATION
***** TESTS AND COMPARES THEM WITH OPPORTUNE SIGNIFICANCE LEVELS
*****
PROC INTPHIL SERIES START END
TYPE SERIES SERIES
TYPE PARAM START END
*****
***** THIS SECTION DEFINES THE DATA TYPES
*****
LOCAL REAL ZATIL ZBTIL ZMTIL
LOC REAL TCAP TM2 TM3 MY MYX MBY S02 SQTL DX M MTY LAMBDA LAMBDA1
LOCAL SYM XX1
LOCAL RECT CV CV25 CV50 CV100 CV250 CV500 CVINF
DEC VEC TESTI
*****
***** OPTIONS: - NUMBER OF AUTOCOVARIANCES (DEFAULT: ELLE=1)
```

```

*****          - OUTPUT LEVEL (DEFAULT: OUTPUT-BRIEF)
*****          - SMALL SAMPLE CORRECTION (DEFAULT: NO SSCORR)
*****

OPTION ELLE INTEGER 1
OPTION OUTPUT CHOICE 1 BRIEF DETAILED
OPTION SSCORR SWITCH 0
*****
***** DEFINITIONS
*****
DIM CV25(4,11) CV50(4,11) CV100(4,11) CV250(4,11) CV500(4,11) CVINF(4,11)
DIM CV(4,11) TESTI(11)
IF BASPHIL.EQ.0
SCRATCH 7 / BASPHIL
LAB BASPHIL+1 TO BASPHIL+7
# 'TREND' 'RESM1' 'COVSTR1' 'RESM2' 'COVSTR2' 'DY2' 'DY'
EVAL TCAP=REAL(END)-REAL(START)
IF SSCORR.EQ.1
(
EVAL TM2=TCAP-2
EVAL TM3=TCAP-3
)
ELSE
(
EVAL TM2=TCAP
EVAL TM3=TCAP
)
SET BASPHIL+1 START+1 END = T-REAL(START)-(TCAP+1)/2
SET BASPHIL+6 START+1 END = (SERIES(T)-SERIES(T-1))**2
SET BASPHIL+7 START+1 END = SERIES(T)-SERIES(T-1)
STA(NOPRINT) BASPHIL+6 START+1 END
EVAL S02 = MEAN
*****
***** CRITICAL VALUES
*****
READ(UNIT=INPUT) CV25
.010 -17.2 -3.75 3.41 7.88 -22.5 -4.38 4.05 3.74 8.21 10.61
.025 -14.6 -3.33 2.97 6.30 -19.9 -3.95 3.59 3.25 6.75 8.65
.050 -12.5 -3.00 2.61 5.18 -17.9 -3.60 3.20 2.85 5.68 6.73
.100 -10.2 -2.63 2.20 4.12 -15.6 -3.24 2.77 2.39 4.67 5.61
READ(UNIT=INPUT) CV50
.010 -18.9 -3.58 3.28 7.06 -25.7 -4.15 3.87 3.60 7.02 9.31
.025 -15.7 -3.22 2.89 5.80 -22.4 -3.80 3.47 3.18 5.94 7.81
.050 -13.3 -2.93 2.56 4.86 -19.8 -3.50 3.14 2.81 5.13 6.73
.100 -10.7 -2.60 2.18 3.94 -16.8 -3.18 2.75 2.38 4.31 5.61
READ(UNIT=INPUT) CV100
.010 -19.8 -3.51 3.22 6.70 -27.4 -4.04 3.78 3.53 6.50 8.73
.025 -16.3 -3.17 2.86 5.57 -23.6 -3.73 3.42 3.14 5.59 7.44
.050 -13.7 -2.89 2.54 4.71 -20.7 -3.45 3.11 2.79 4.88 6.49
.100 -11.0 -2.58 2.17 3.86 -17.5 -3.15 2.73 2.38 4.16 5.47
READ(UNIT=INPUT) CV250
.010 -20.3 -3.46 3.19 6.52 -28.4 -3.99 3.74 3.49 6.22 8.43
.025 -16.6 -3.14 2.84 5.45 -24.4 -3.69 3.39 3.12 5.40 7.25

```

```

.050 -14.0 -2.88 2.53 4.63 -21.3 -3.43 3.09 2.79 4.75 6.34
.100 -11.2 -2.57 2.16 3.81 -18.0 -3.13 2.73 2.38 4.07 5.39
READ(UNIT=INPUT) CV500
.010 -20.5 -3.44 3.18 6.47 -28.9 -3.98 3.72 3.48 6.15 8.34
.025 -16.8 -3.13 2.83 5.41 -24.8 -3.68 3.38 3.11 5.35 7.20
.050 -14.0 -2.87 2.52 4.61 -21.5 -3.42 3.08 2.78 4.71 6.30
.100 -11.2 -2.57 2.16 3.79 -18.1 -3.13 2.72 2.38 4.05 5.36
READ(UNIT=INPUT) CVINF
.010 -20.7 -3.43 3.18 6.43 -29.5 -3.96 3.71 3.46 6.09 8.27
.025 -16.9 -3.12 2.83 5.38 -25.1 -3.66 3.38 3.11 5.31 7.16
.050 -14.1 -2.86 2.52 4.59 -21.8 -3.41 3.08 2.78 4.68 6.25
.100 -11.3 -2.57 2.16 3.78 -18.3 -3.12 2.72 2.38 4.03 5.34

```

* NOTE: THE TABLES ABOVE ARE RELATIVE TO DIFFERENT SAMPLE SIZES.

```

* - THE FIRST COLUMN GIVES THE PROBABILITIES OF A LARGER VALUE WHEN THE
*   NULL HYP. IS TRUE (EXCEPT FOR  $Z_{\alpha}$  AND  $Z_{t\alpha}$  TESTS, IN WHICH CASE IT
*   GIVES THE PROB. OF A SMALLER VALUE)
* - 2nd COL. GIVES  $Z_{\alpha}^*$  CRIT.VALUES (FULLER 1976 P.371 - BLOCK II)
* - 3rd COL. GIVES  $Z_{t\alpha}^*$  AND ADF C.V. (FULLER 1976 P.373 - BLOCK II)
* - 4th COL. GIVES  $Z_{t\mu}^*$  CRIT.VALUES (DICKEY-FULLER 1981 TAB. I)
* - 5th COL. GIVES  $Z_{\beta 1}$  CRIT.VALUES (DICKEY-FULLER 1981 TAB. IV)
* - 6th COL. GIVES  $Z_{\alpha\sim}$  CRIT.VALUES (FULLER 1976 P.371 - BLOCK III)
* - 7th COL. GIVES  $Z_{t\alpha\sim}$  CRIT.VALUES (FULLER 1976 P.373 - BLOCK III)
* - 8th COL. GIVES  $Z_{t\mu\sim}$  CRIT.VALUES (DICKEY-FULLER 1981 TAB. II)
* - 9th COL. GIVES  $Z_{t\beta\sim}$  CRIT.VALUES (DICKEY-FULLER 1981 TAB. III)
* - 10th COL. GIVES  $Z_{\beta 2}$  CRIT.VALUES (DICKEY-FULLER 1981 TAB. V)
* - 11th COL. GIVES  $Z_{\beta 3}$  CRIT.VALUES (DICKEY-FULLER 1981 TAB. VI)

```

IF TCAP.LT.37

MAT CV=CV25

ELSE IF TCAP.LT.75

MAT CV=CV50

ELSE IF TCAP.LT.175

MAT CV=CV100

ELSE IF TCAP.LT.375

MAT CV=CV250

ELSE IF TCAP.LT.750

MAT CV=CV500

ELSE

MAT CV=CVINF

*

***** MODEL: $y(t) = \mu + \alpha*y(t-1) + u(t)$

*

IF OUTPUT.EQ.1

LINREG(NOPRINT) SERIES START+1 END BASPHEIL+2

CONSTANT -SERIES 1 1

ELSE IF OUTPUT.EQ.2

{

LINREG SERIES START+1 END BASPHEIL+2

CONSTANT -SERIES 1 1

CNTRL(PAUSE)

}

```

*
**** VARIANCE ESTIMATION ****
*
COV(NOPRINT) BASPHIL+2 START+1 END ELLE BASPHIL+3
EVAL SQTL=(BASPHIL+3)(1)
DO I=1,ELLE
EVAL SQTL=SQTL+2*(BASPHIL+3)(I+1)*(1-I/(REAL(ELLE)+1))
END DO I
EVAL SQTL=SQTL*(TCAP/TM2)
EVAL MBYY=1/(XX(2,2)*TCAP**2)
EVAL MYX=XX(1,1)/(XX(2,2)*TCAP)
EVAL MY=-XX(1,2)/(XX(2,2)*SQRT(TCAP))
EVAL LAMBDA=(SQTL-RSS/TM2)/2
EVAL LAMBDA1=LAMBDA/SQTL
*
**** Z $\alpha$  TEST (NOTE: H0 IS  $\alpha = 1$ ) ****
*
EVAL TESTI(1)=TCAP*(BETA(2)-1)-LAMBDA/MBYY
*
**** Z $t\alpha$  TEST (NOTE: H0 IS  $\alpha = 1$ ) ****
*
EVAL TESTI(2)=(BETA(2)-1)/SQRT(SQTL*XX(2,2))
EVAL TESTI(2)=TESTI(2)-LAMBDA1*SQRT(SQTL/MBYY)
*
**** Z $t\mu$  TEST (NOTE: H0 IS  $\mu = 0$ ) ****
*
EVAL TESTI(3)=BETA(1)/SQRT(SQTL*XX(1,1))
EVAL TESTI(3)=TESTI(3)+LAMBDA1*MY*SQRT(SQTL/(MBYY*MYX))
*
**** Z $\beta$  TEST (NOTE: H0 IS  $\mu=0 \alpha=1$ ) ****
*
EVAL TESTI(4)=(TCAP*S02-RSS)/(2*SQTL)
EVAL TESTI(4)=TESTI(4)-LAMBDA1*(TCAP*(BETA(2)-1)-LAMBDA/(2*MBYY))
*
*****
***** MODEL:  $y(t) = \mu + \beta*(t-T/2) + \alpha*y(t-1) + u(t)$ 
*****
*
IF OUTPUT.EQ.1
LINREG(NOPRINT) SERIES START+1 END BASPHIL+4
 $\phi$  CONSTANT BASPHIL+1 -SERIES 1 1
ELSE IF OUTPUT.EQ.2
(
LINREG SERIES START+1 END BASPHIL+4
 $\phi$  CONSTANT BASPHIL+1 -SERIES 1 1
CNTRL(PAUSE)
)
*
**** VARIANCE ESTIMATION ****
*
COV(NOPRINT) BASPHIL+4 START+1 END ELLE (BASPHIL+5)
EVAL SQTL=(BASPHIL+5)(1)

```

```

DO I=1,ELLE
EVAL SQTL=SQTL+2*(BASPIL+5)*(I+1)*(1-1/(REAL(ELLE)+1))
END DO I
EVAL SQTL=SQTL*(TCAP/TM3)
MAT XX1=INV(XX)
MEVAL DX=DET(XX1)
EVAL M=12*DX/TCAP**6
EVAL MTY=(XX1(3,2)+(TCAP+1)*XX1(1,3)/2)/TCAP**2.5
EVAL LAMBDA=(SQTL-RSS/TM3)/2
EVAL LAMBDA1=LAMBDA/SQTL
*
**** Z $\alpha$ - TEST (NOTE: H0 IS  $\alpha = 1$ ) ****
*
EVAL TESTI(5)=TCAP*(BETA(3)-1)-LAMBDA/M
*
**** Z $t\alpha$ - TEST (NOTE: H0 IS  $\alpha = 1$ ) ****
*
EVAL TESTI(6)=(BETA(3)-1)/SQRT(SQTL*XX(3,3))
EVAL TESTI(6)=TESTI(6)-LAMBDA1*SQRT(SQTL/M)
*
**** Z $t\mu$ - TEST (NOTE: H0 IS  $\mu = 0$ ) ****
*
EVAL TESTI(7)=BETA(1)/SQRT(SQTL*XX(1,1))
EVAL TESTI(7)=TESTI(7)+LAMBDA1*MY*SQRT(SQTL/(M**2+M*MY**2))
*
**** Z $t\beta$ - TEST (NOTE: H0 IS  $\beta = 0$ ) ****
*
EVAL TESTI(8)=BETA(2)/SQRT(SQTL*XX(2,2))
EVAL TESTI(8)=TESTI(8)-LAMBDA1*(MY-2*MTY)*SQRT((3*SQTL)/(M*MBYY))
*
**** Z $\beta$ 2 TEST (NOTE: H0 IS  $\mu=0 \alpha=1 \beta=0$ ) ****
*
EVAL TESTI(9)=(TCAP*S02-RSS)/(3*SQTL)
EVAL TESTI(9)=TESTI(9)-(2/3.)*LAMBDA1*(TCAP*(BETA(3)-1)-LAMBDA/(2*M))
*
**** Z $\beta$ 3 TEST (NOTE: H0 IS  $\mu=\mu \alpha=1 \beta=0$ ) ****
*
EVAL TESTI(10)=(TCAP*(S02-((SERIES(END)-SERIES(START))/TCAP)**2)-RSS)/(2*SQTL)
EVAL TESTI(10)=TESTI(10)-LAMBDA1*(TCAP*(BETA(3)-1)-LAMBDA/(2*M))
*
*****
***** AUGMENTED DICKEY-FULLER TEST
***** MODEL: Dy(t)=  $\mu + \sum \phi(i)*Dy(t-i) + \alpha*y(t-1) + u(t)$ 
*****
*
IF ELLE.NE.0
{
IF OUTPUT.EQ.1
LINREG(NOPRINT) BASPIL+7 START+ELLE+1 END
# CONSTANT -SERIES 1 1 -(BASPIL+7) 1 ELLE
ELSE IF OUTPUT.EQ.2
{

```

```

LINREG BASPHIL+7 START+ELLE+1 END
# CONSTANT -SERIES 1 1 -(BASPHIL+7) 1 ELLE
CNTRL(PAUSE)
}
}
ELSE
{
IF OUTPUT.EQ.1
LINREG(NOPRINT) BASPHIL+7 START+ELLE+1 END
# CONSTANT -SERIES 1 1
ELSE IF OUTPUT.EQ.2
{
LINREG BASPHIL+7 START+ELLE+1 END
# CONSTANT -SERIES 1 1
CNTRL(PAUSE)
}
}
IF SSCORR.EQ.0
EVAL TESTI(11)=BETA(2)/SQRT((RSS/(TCAP-ELLE))*XX(2,2))
ELSE
EVAL TESTI(11)=BETA(2)/SQRT(SEESQ*XX(2,2))
*
CLEAR BASPHIL+1 TO BASPHIL+6
*
**** OUTPUT ****
*
DIS ' '
DIS $
' -----
DIS ' '
DIS '          PHILLIPS-PERRON INTEGRATION TESTS'
DIS '          Variable           = ' LABEL(SERIES)
DIS '          Lag truncation parameter = ' ELLE
DIS '          Sample size           = ' END-START
IF SSCORR.EQ.0
DIS '          Small sample correction = OFF'
ELSE
DIS '          Small sample correction = ON'
DIS ' '
DIS $
' TEST  Statistic | 1X value   2.5X value   5X value   10X value '
DIS ' '
DIS '  za^  ' 89 ##### TESTI(1) ' |' 823 ##### cv(1,2) 837 $
##### cv(2,2) 850 ##### cv(3,2) 865 ##### cv(4,2)
DIS '  zta^ ' 89 ##### TESTI(2) ' |' 823 ##### cv(1,3) 837 $
##### cv(2,3) 850 ##### cv(3,3) 865 ##### cv(4,3)
DIS '  zta^ ' 89 ##### TESTI(3) ' |' 823 ##### cv(1,4) 837 $
##### cv(2,4) 850 ##### cv(3,4) 865 ##### cv(4,4)
DIS '  z#1 ' 89 ##### TESTI(4) ' |' 823 ##### cv(1,5) 837 $
##### cv(2,5) 850 ##### cv(3,5) 865 ##### cv(4,5)
DIS '  za^  ' 89 ##### TESTI(5) ' |' 823 ##### cv(1,6) 837 $
##### cv(2,6) 850 ##### cv(3,6) 865 ##### cv(4,6)

```

```

DIS ' ztα~ ' @9 #####.## TESTI(6) ' |' @23 #####.## cv(1,7) @37 $
#####.## cv(2,7) @50 #####.## cv(3,7) @65 #####.## cv(4,7)
DIS ' ztμ~ ' @9 #####.## TESTI(7) ' |' @23 #####.## cv(1,8) @37 $
#####.## cv(2,8) @50 #####.## cv(3,8) @65 #####.## cv(4,8)
DIS ' ztβ~ ' @9 #####.## TESTI(8) ' |' @23 #####.## cv(1,9) @37 $
#####.## cv(2,9) @50 #####.## cv(3,9) @65 #####.## cv(4,9)
DIS ' zδ2 ' @9 #####.## TESTI(9) ' |' @23 #####.## cv(1,10) @37 $
#####.## cv(2,10) @50 #####.## cv(3,10) @65 #####.## cv(4,10)
DIS ' zδ3 ' @9 #####.## TESTI(10) ' |' @23 #####.## cv(1,11) @37 $
#####.## cv(2,11) @50 #####.## cv(3,11) @65 #####.## cv(4,11)
DIS ' ADF ' @9 #####.## TESTI(11) ' |' @23 #####.## cv(1,3) @37 $
#####.## cv(2,3) @50 #####.## cv(3,3) @65 #####.## cv(4,3)
DIS ' '
END
CNTRL(CLEAR)
CHANGE INPUT 0

```

Listato del file COINPHIL.SRC:

```

* PROCEDURE COINPHIL BY R.MOSCONI; DATE: 28/01/1989; VER. 2.10
* BASED ON PHILLIPS-OULIARIS, COWLES FOUND. DISC. PAPER 847, JULY 1987
* BMA REQUIREMENT: COMPILE=2000
IEVAL BASCOIN=0
*****
***** THIS PROCEDURE COMPUTES PHILLIPS-OULIARIS COINTEGRATION
***** TESTS AND COMPARES THEM WITH OPPORTUNE SIGNIFICANCE LEVELS
*****
PROC COINPHIL SERIES START END
TYPE SERIES SERIES
TYPE PARAM START END
*****
***** THIS SECTION DEFINES THE DATA TYPES
*****
LOC REAL TCAP TM1 MZZ LAMBDA LAMBDA1 SQTL
LOCAL RECT CVA CVSTDA CVDEMA CVT CVSTDT CVDEMT
DEC VEC TESTC
*****
***** OPTIONS: - NUMBER OF AUTOCOVARIANCES (DEFAULT: ELLE=1)
***** - NUMBER OF COINT. REGRESSORS (DEFAULT: ENNE=1)
***** - SMALL SAMPLE CORRECTION (DEFAULT: NO SSCORR)
*****
OPTION ELLE INTEGER 1
OPTION ENNE INTEGER 1
OPTION SSCORR SWITCH 0
*****
***** DEFINITIONS
*****
DIM CVSTDA(4,7) CVDEMA(4,7) CVSTDT(4,7) CVDEMT(4,7) TESTC(3)
IF BASCOIN.EQ.0

```

```

SCRATCH 3 / BASCOIN
LAB BASCOIN+1 TO BASCOIN+3
# 'RES' 'COVSTR' 'DY'
EVAL TCAP=REAL(END)-REAL(START)
IF SSCORR.EQ.1
EVAL TM1=TCAP-1
ELSE
EVAL TM1=TCAP
SET BASCOIN+3 START+1 END = SERIES(T)-SERIES(T-1)
STA(NOPRINT) SERIES START END
EVAL CONTR = MEAN
IF ENNE.GT.5
(
DIS '*** WARNING : NUMBER OF COINTEGRATING REGRESSORS SET TO 5 ***'
IEVAL ENNE=5
)
*****
***** CRITICAL VALUES
*****
READ(UNIT=INPUT) CVSTDA
.010 -13.7000 -23.2711 -30.3696 -36.5475 -43.0357 -48.3136
.025 -10.4000 -18.6548 -25.8492 -32.0550 -37.8609 -43.1898
.050 -8.0000 -15.6648 -21.9431 -27.9127 -33.5182 -38.7997
.100 -5.7000 -12.4735 -18.5385 -23.8207 -29.2255 -34.2686
READ(UNIT=INPUT) CVDEMA
.010 -20.5000 -27.8968 -34.8326 -40.7095 -46.7399 -52.0548
.025 -16.8000 -23.7684 -30.4349 -36.0519 -41.5020 -46.8192
.050 -14.0000 -19.2175 -26.3884 -32.2291 -37.4532 -42.5053
.100 -11.2000 -16.9484 -22.3682 -27.8274 -32.9169 -37.6508
READ(UNIT=INPUT) CVSTDT
.010 -2.5800 -3.3886 -3.9174 -4.3424 -4.7071 -4.9966
.025 -2.2300 -3.0356 -3.5986 -4.0223 -4.3933 -4.7037
.050 -1.9500 -2.7625 -3.2976 -3.7469 -4.1180 -4.4522
.100 -1.6200 -2.4539 -3.0141 -3.4480 -3.8334 -4.1602
READ(UNIT=INPUT) CVDEMT
.010 -3.4400 -3.9351 -4.3505 -4.6705 -5.0340 -5.3207
.025 -3.1300 -3.5861 -4.4055 -4.4078 -4.7088 -5.0215
.050 -2.8700 -3.3454 -3.7696 -4.1375 -4.4660 -4.7479
.100 -2.5700 -3.0459 -3.4682 -3.8404 -4.1785 -4.4597
* NOTE: THE TABLES ABOVE ARE RELATIVE TO SAMPLES OF SIZE 500. THE 1st AND
* THE 2nd ARE FOR  $Z_\alpha$  (STANDARD AND Demeaned); THE 3rd AND THE 4th
* ARE FOR  $Z_{t\alpha}$  AND ADF (STANDARD AND Demeaned)
* - ALL OF THEM ARE FROM PHILLIPS-OULIARIS, 1987, p. B-1 & B-2
* EXCEPT FOR THE SECOND COLUMNS, WHICH ARE FROM FULLER 1976,
* TAB. 8.5.1 AND 8.5.2, FIRST AND SECOND BLOCK
* - THE FIRST COLUMN GIVES THE PROBABILITIES OF A SMALLER VALUE
* WHEN THE NULL HYPOTHESIS IS TRUE
* - 2nd COL. IS FOR 0 COINTEGRATING REGRESSORS
* - 3rd COL. IS FOR 1 COINTEGRATING REGRESSOR
* - 4th COL. IS FOR 2 COINTEGRATING REGRESSORS
* - 5th COL. IS FOR 3 COINTEGRATING REGRESSORS
* - 6th COL. IS FOR 4 COINTEGRATING REGRESSORS

```

```

*      - 7th COL. IS FOR 5 COINTEGRATING REGRESSORS
IF ABS(CONTR).LT.0.0001
{
MAT CVA=CVDEMA
MAT CVT=CVDEMT
}
ELSE
{
MAT CVA=CVSTDA
MAT CVT=CVSTDT
}

*****
***** MODEL:  $z^{\wedge}(t) = \alpha * z^{\wedge}(t-1) + u(t)$ 
*****

*
LINREG SERIES START+1 END BASCOIN+1
# -SERIES 1 1
*
**** VARIANCE ESTIMATION ****
*
COV(NOPRINT) BASCOIN+1 START+1 END ELLE BASCOIN+2
EVAL SQTL=(BASCOIN+2)(1)
DO I=1,ELLE
EVAL SQTL=SQTL+2*(BASCOIN+2)(I+1)*(1-I/(REAL(ELLE)+1))
END DO I
EVAL MZZ=1/(XX(1,1)*TCAP**2)
EVAL LAMBDA= (SQTL-RSS/TM1)/2
EVAL LAMBDA1=LAMBDA/SQTL
*
**** Z $\alpha$  TEST (NOTE: H0 IS  $\alpha = 1$ ) ****
*
EVAL TESTC(1)=TCAP*(BETA(1)-1)-LAMBDA/MZZ
*
**** Zt $\alpha$  TEST (NOTE: H0 IS  $\alpha = 1$ ) ****
*
EVAL TESTC(2)=(BETA(1)-1)/SQRT(SQTL*XX(1,1))
EVAL TESTC(2)=TESTC(2)-LAMBDA1*SQRT(SQTL/MZZ)
*
*****
***** AUGMENTED DICKEY-FULLER TEST
***** MODEL:  $Dz^{\wedge}(t) = \sum \phi(i) * Dz^{\wedge}(t-i) + \alpha * z^{\wedge}(t-1) + u(t)$ 
*****

IF ELLE.NE.0
{
LINREG(NOPRINT) BASCOIN+3 START+ELLE+1 END
# -SERIES 1 1 -(BASCOIN+3) 1 ELLE
}
ELSE
{
LINREG(NOPRINT) BASCOIN+3 START+ELLE+1 END
# -SERIES 1 1
}

```

```

IF SSCORR.EQ.0
EVAL TESTC(3)=BETA(1)/SQRT((RSS/(TCAP-ELLE))*XX(1,1))
ELSE
EVAL TESTC(3)=BETA(1)/SQRT(SEESQ*XX(1,1))
*
CLEAR BASCOIN+1 TO BASCOIN+3
*
      **** OUTPUT ****
*
DIS ' '
DIS $
' -----
DIS ' '
DIS '          PHILLIPS-OULIARIS COINTEGRATION TESTS'
DIS '          Variable           = ' LABEL(SERIES)
DIS '          Lag truncation parameter = ' ELLE
DIS '          Number of coint. regress.= ' ENNE
DIS '          Sample size           = ' END-START
IF ABS(CONTR).LT.0.0001
DIS '          Distribution Used      = DEMEANED'
ELSE
DIS '          Distribution Used      = STANDARD'
IF SSCORR.EQ.0
DIS '          Small sample correction = OFF'
ELSE
DIS '          Small sample correction = ON'
DIS ' '
DIS $
' TEST  Statistic | 1% value   2.5% value   5% value   10% value '
DIS ' '
DIS '  z $\alpha$  ' @9 ****.## TESTC(1) ' |' @23 ****.## CVA(1,ENNE+2) @37 $
****.## CVA(2,ENNE+2) @50 ****.## CVA(3,ENNE+2) @65 ****.## CVA(4,ENNE+2)
DIS '  z $\alpha$  ' @9 ****.## TESTC(2) ' |' @23 ****.## CVT(1,ENNE+2) @37 $
****.## CVT(2,ENNE+2) @50 ****.## CVT(3,ENNE+2) @65 ****.## CVT(4,ENNE+2)
DIS '  ADF ' @9 ****.## TESTC(3) ' |' @23 ****.## CVT(1,ENNE+2) @37 $
****.## CVT(2,ENNE+2) @50 ****.## CVT(3,ENNE+2) @65 ****.## CVT(4,ENNE+2)
DIS ' '
END
CTRL(CLEAR)
CHANGE INPUT 0

```

APPENDICE: LE SERIE UTILIZZATE

L'analisi condotta al paragrafo 3 si basa prevalentemente su serie storiche simulate contenute in S.C.A. [1984]. Si è preferito

utilizzare serie pubblicate, anziché simularne ad hoc, da un lato per consentire a chi fosse interessato la replicazione dei risultati, e dall'altro per minimizzare, con l'uso di parametrizzazioni scelte da altri e per altri propositi, distorsioni pro o contro i test in esame.

Tutte le serie sono state riportate a 145 osservazioni eliminando gli ultimi dati eccedenti. Sono state omesse tutte le serie con due radici unitarie nel processo di generazione dei dati³⁴, sia di tipo $(1-L)^2$, sia di tipo $(1-L)(1-L^s)$. La parametrizzazione è indicata in Tabella 1; in tale tabella ϵ_t indica un WN con valore atteso nullo e varianza pari a due.

Le serie DR sono state ottenute semplicemente ricavando le differenze prime delle corrispondenti serie R. Le serie T sono state ottenute applicando il filtro $(1+L+\dots+L^{11})$ alla corrispondente serie S.

Le serie TR sono state invece generate. La parametrizzazione è identica a quella della corrispondente serie R, con l'aggiunta, a destra del segno di uguale, del termine $+0.2t$ per le serie stazionarie (R1, R2 e R7) e $+0.015t$ per le serie con radice unitaria. Il disturbo è anche in questo caso un WN(0,2). Il valore di y_0 (e anche, ove necessario, di y_{-1} e y_{-2}) è uguale al primo valore della corrispondente serie R. Sono stati generati 245 dati per ogni serie; i campioni analizzati vanno dal 101-esimo al 245-esimo dato.

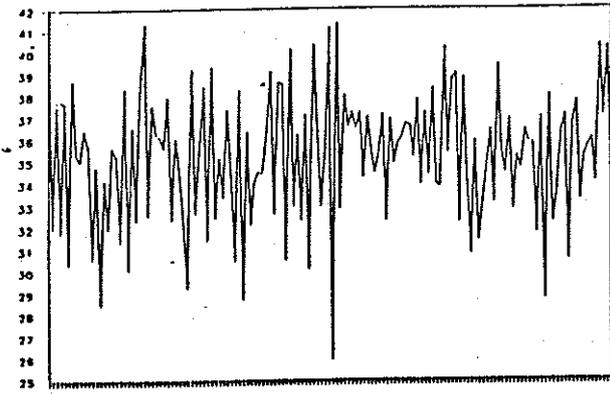
³⁴ Le serie di questo tipo sono: R5, S1, S6, S7 e S10. La serie R5 è stata sostituita con la serie $(1-L)R5$.

Il profilo temporale delle serie è illustrato nei grafici seguenti.

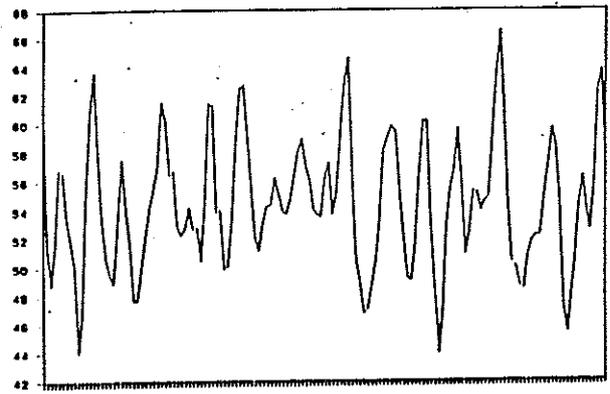
SERIE	PROCESSO DI GENERAZIONE DEI DATI	y_1
R1	$y_t - 35 = (1 - .5L + .6L^2)\epsilon_t$	39.9
R2	$(1 - 1.2L + .7L^2)(y_t - 54) = \epsilon_t$	60.6
R3	$(1 - L)y_t = 1.1 + (1 - .5L)\epsilon_t$	36.5
R4	$(1 - L)y_t = (1 + .5L - .4L^6)\epsilon_t$	45.9
R5	$(1 - L)y_t = (1 + .4L - .5L^2)\epsilon_t$	-0.8
R6	$(1 - 1.4L + .5L^2)(1-L)y_t = \epsilon_t$	309.7
R7	$(1 + .85L)(y_t - 22) = \epsilon_t$	24.3
R8	$(1 + .7L)(1-L)y_t = .85 + \epsilon_t$	30.2
R9	$(1 - L)y_t = (1 - .5L)\epsilon_t$	16.7
R10	$(1 - L)y_t = -1.8 + (1 + .5L + .5L^2)\epsilon_t$	378.9
S2	$(1 - .8L)(1 - .L^{12})y_t = (1 - .9L^{12})\epsilon_t$	57.7
S3	$(1 - L)y_t = (1 - .5L^{12})\epsilon_t$	43.6
S4	$(1 - .7L^{12})(y_t - 56) = (1 - .6L^{12})\epsilon_t$	55.9
S5	$(1 - .6L)(1-L^{12})y_t = 2 + \epsilon_t$	71.8
S8	$(1 - .9L + .6L^2)(y_t - 60.6) = (1 - .5L)\epsilon_t$	69.1
S9	$(1 - L^{12})y_t = 1.7 + (1 + .6L)\epsilon_t$	61.8

TABELLA 1
Serie utilizzate

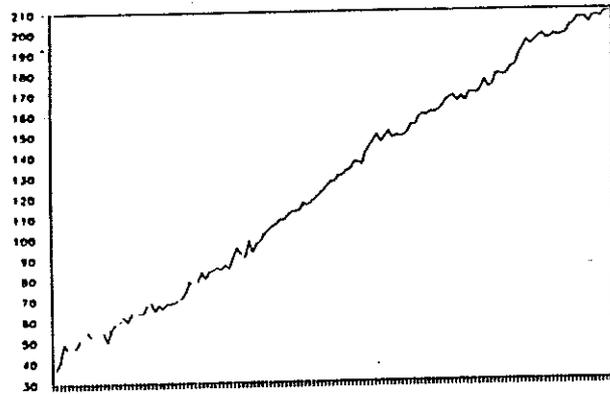
SERIE R1



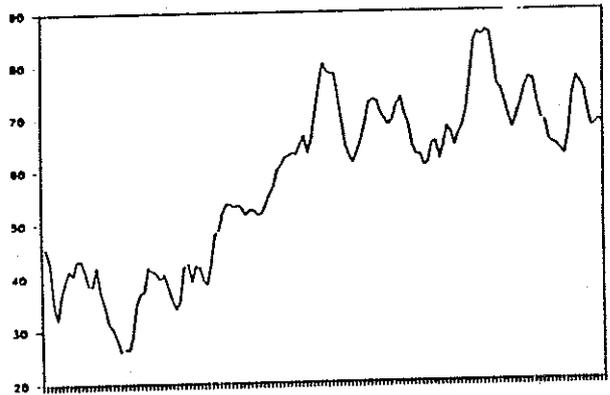
SERIE R2



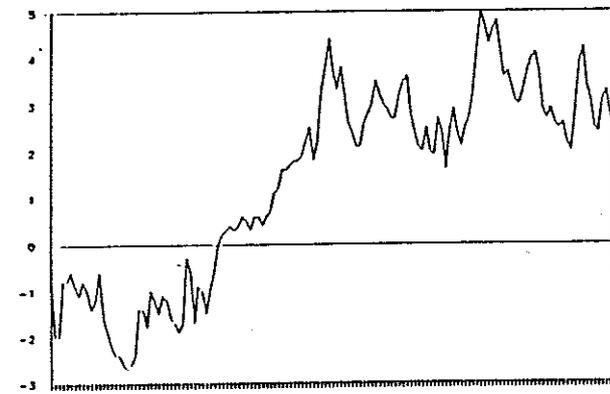
SERIE R3



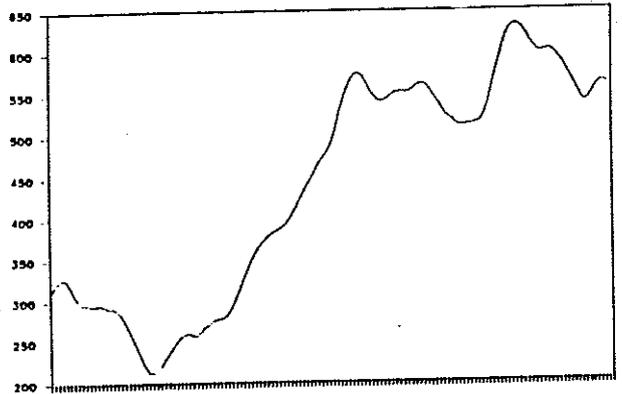
SERIE R4



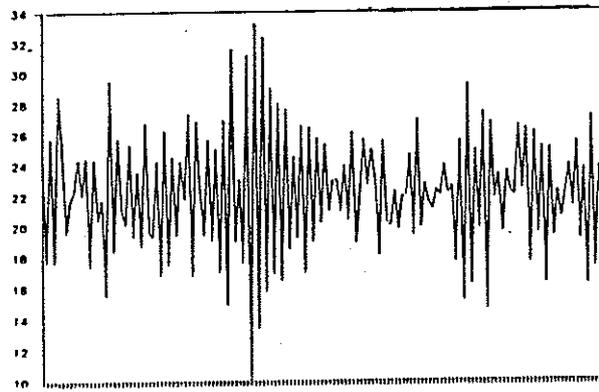
SERIE R5



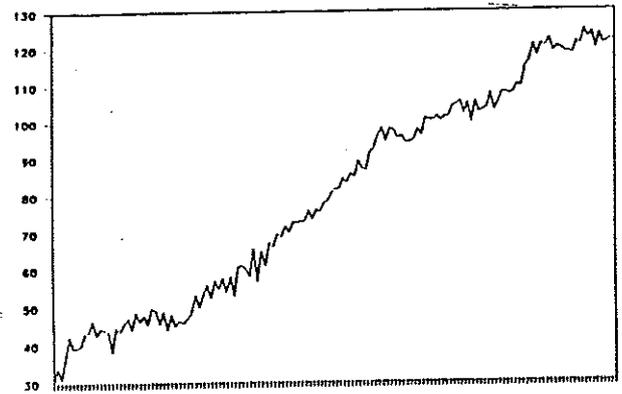
SERIE R6



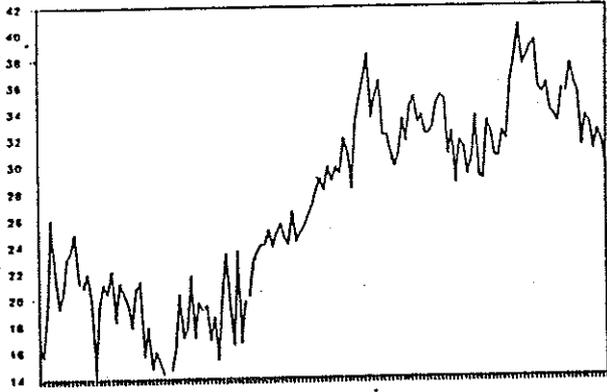
SERIE R7



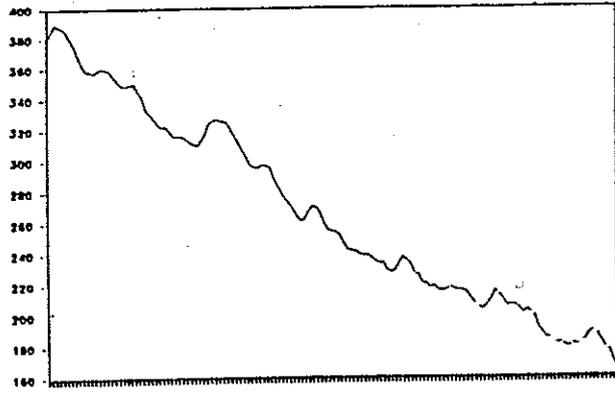
SERIE R8



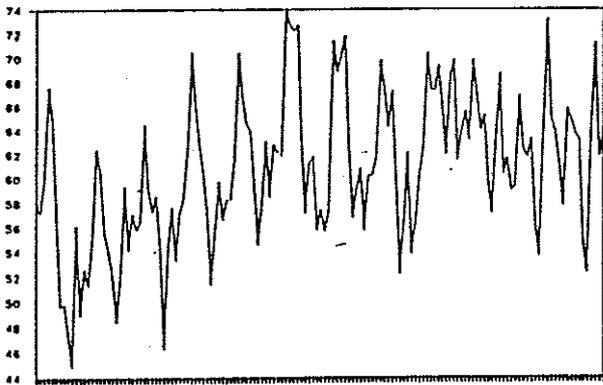
SERIE R9



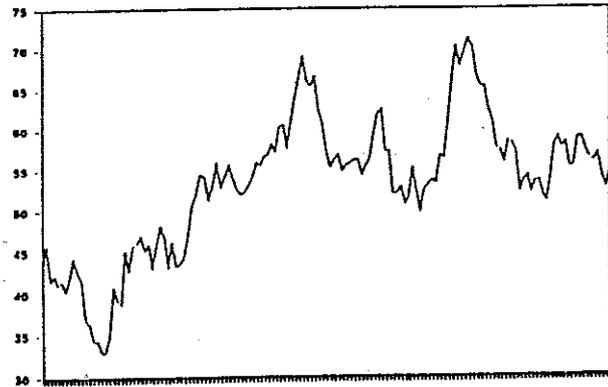
SERIE R10



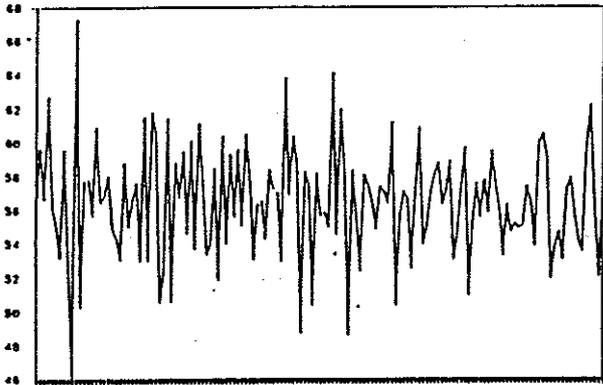
SERIE S2



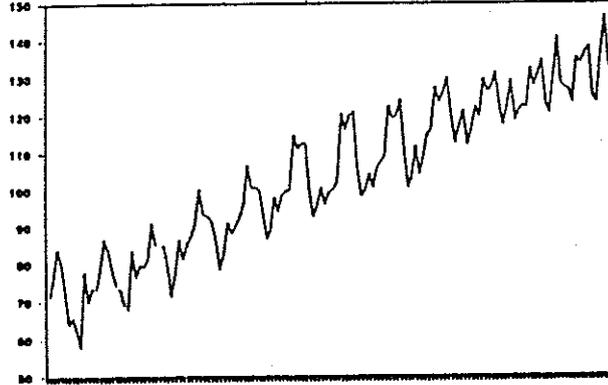
SERIE S3



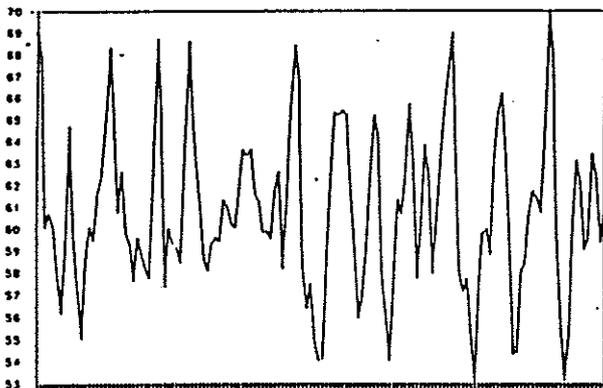
SERIE S4



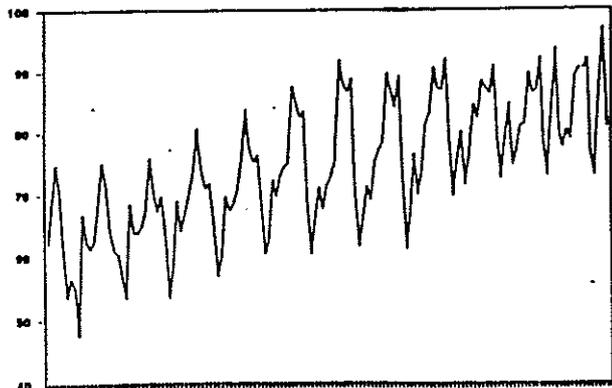
SERIE S5



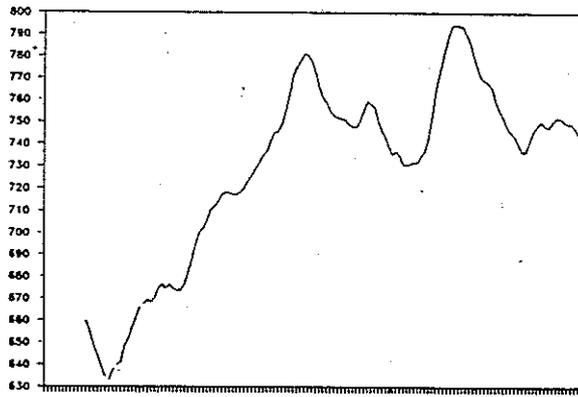
SERIE S8



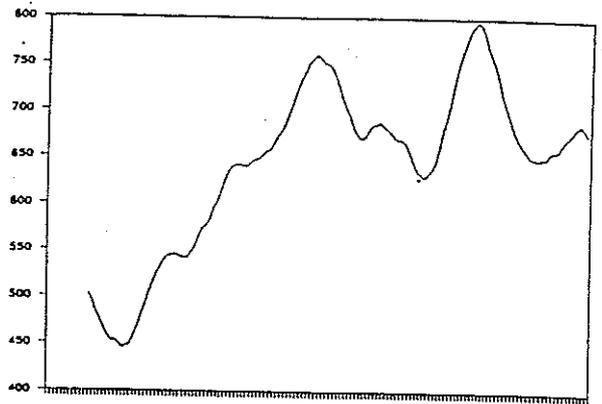
SERIE S9



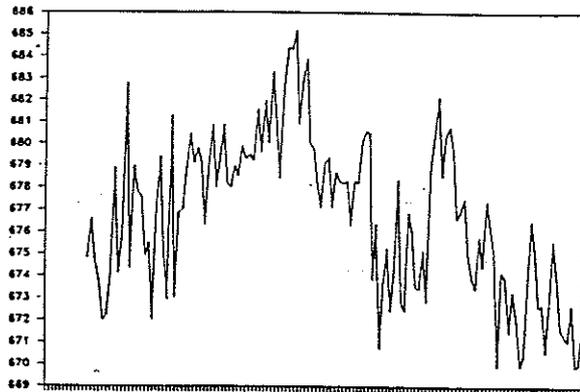
SERIE T2



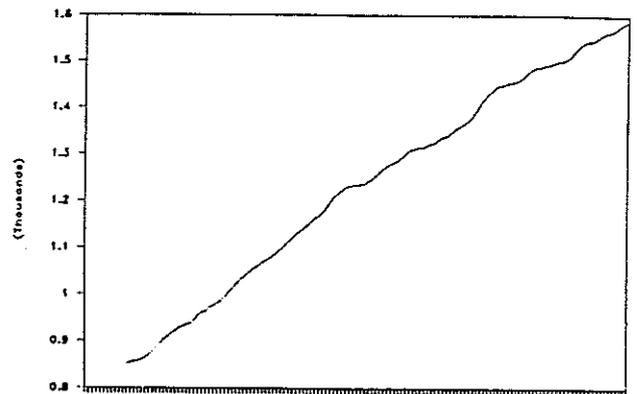
SERIE T3



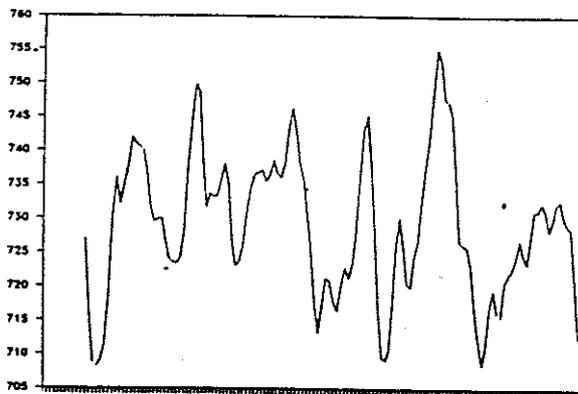
SERIE T4



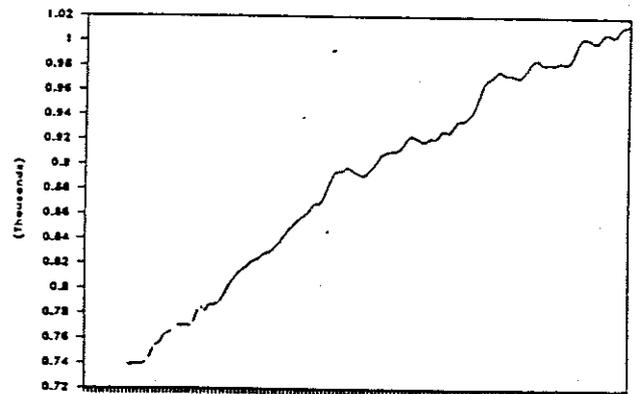
SERIE T5



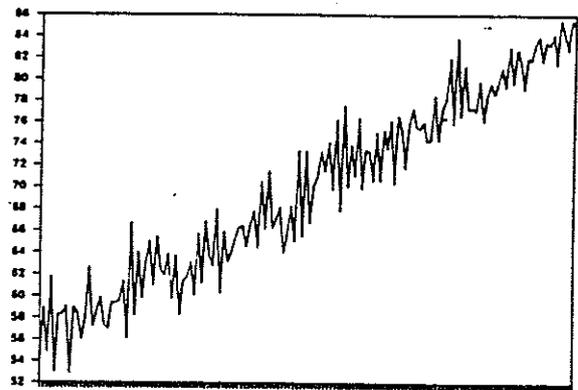
SERIE T8



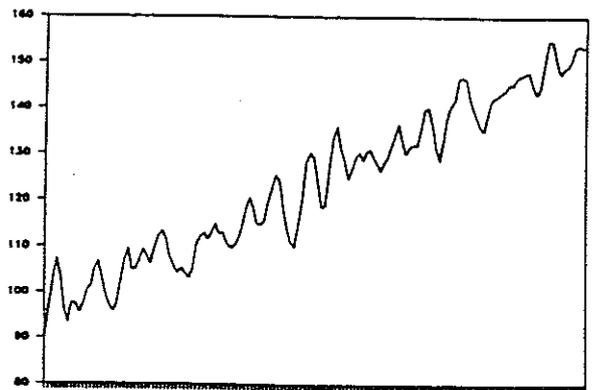
SERIE T9



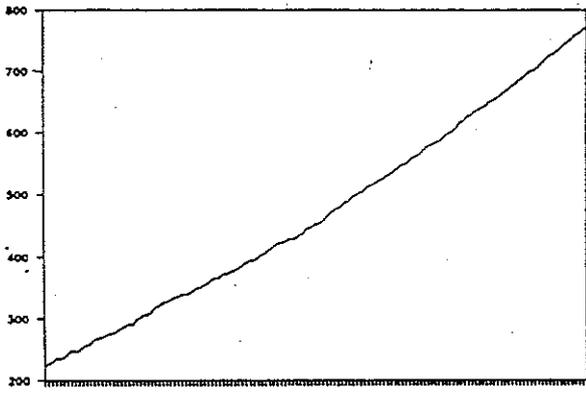
SERIE TR1



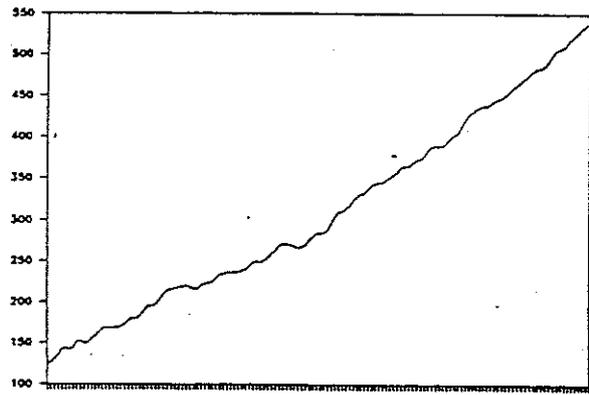
SERIE TR2



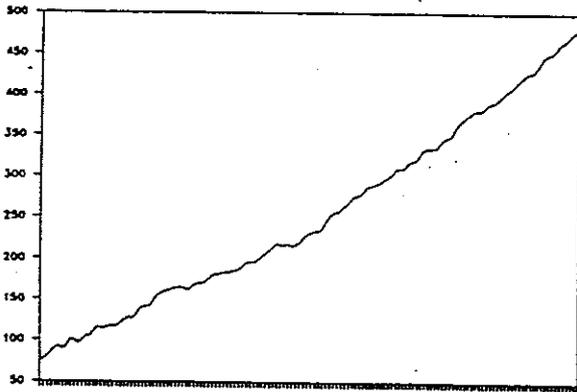
SERIE TR3



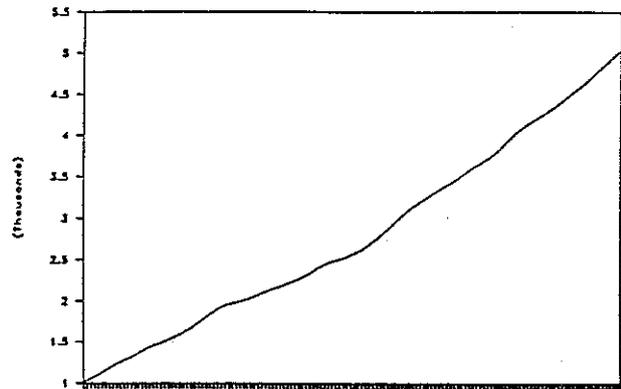
SERIE TR4



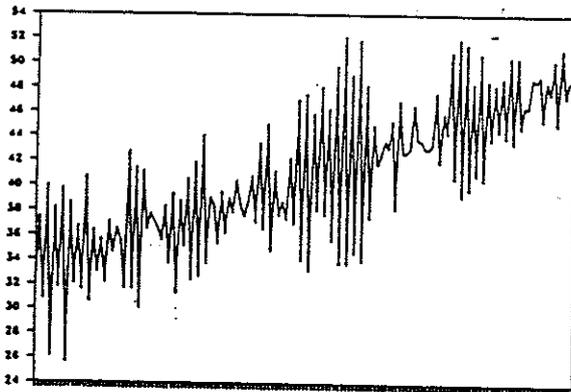
SERIE TR5



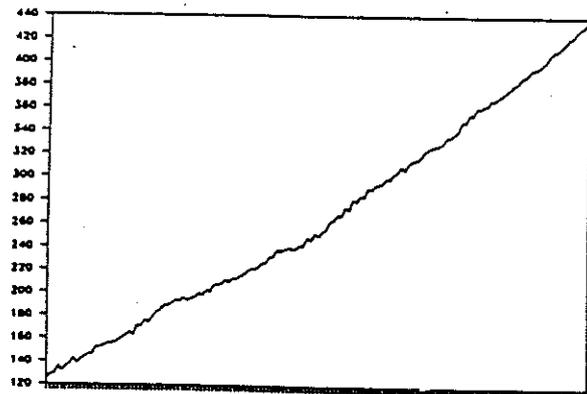
SERIE TR6



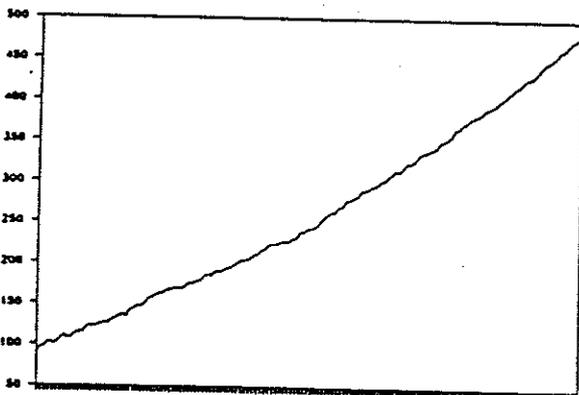
SERIE TR7



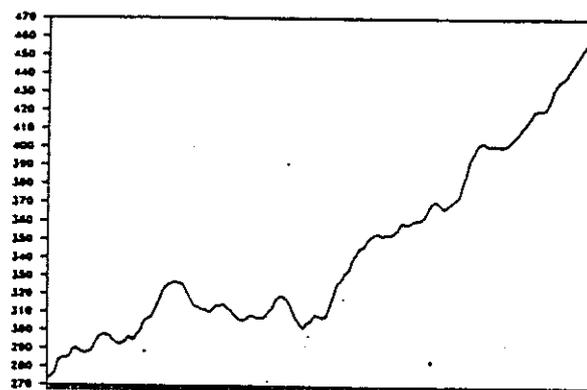
SERIE TR8



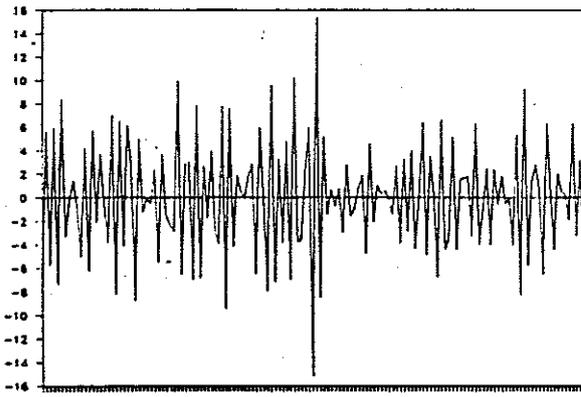
SERIE TR9



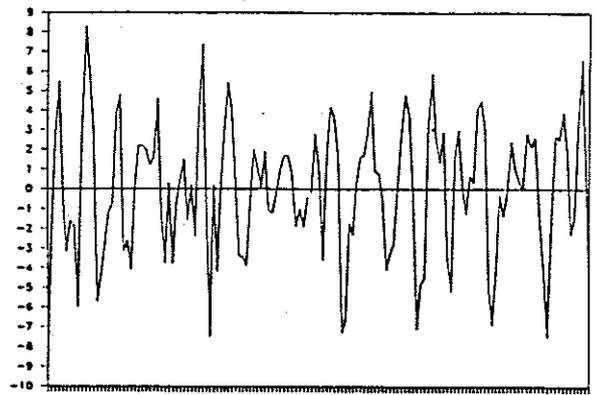
SERIE TR10



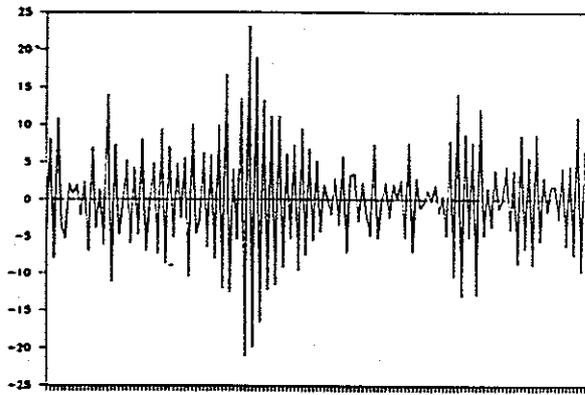
SERIE DR1



SERIE DR2



SERIE DR7



BIBLIOGRAFIA

- Dickey, D.A., [1984], Powers of Unit Root Tests, in Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association, p.489-493
- Dickey, D.A., Bell W.R., Miller R.B., [1986], Unit Roots in Time Series Models: Tests and Implications, The American Statistician, vol.40, n.1, p.12-26
- Dickey, D.A., Fuller W.A., [1979], Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, Journal of the American Statistical Association, 74, p.427-431
- Dickey, D.A., Fuller W.A., [1981], Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root, Econometrica, 49, p.1057-1072
- Doan, T.A., [1988], User's Manual RATS Version 3.00, VAR Econometrics, Evanston
- Engle R.F., [1987], On the Theory of Cointegrated Economic Time Series. 1987, Manuscript, University of California
- Engle R.F., Granger C.W.J., [1987], Dynamic Model Specification with Equilibrium Constraints, Cointegration and Error Correction, Econometrica, vol. 55, p.251-276
- Engle R.F., Yoo B.S., [1987], Forecasting and Testing in Co-integrated Systems, Journal of Econometrics, 35, p.143-159
- Fuller, W.A., [1976], Introduction to Statistical Time Series, New York, Wiley
- Fuller, W.A., [1984], Nonstationary Autoregressive Time Series, in E.J. Hannan, P.R. Krishnaiah, M.M. Rao (eds.), Handbook of Statistics (vol.5): Time Series in Time Domain, Amsterdam, North Holland
- Gourieroux, C., Maurel F., Monfort A., [1987], Regression and Nonstationarity, I.N.S.E.E., Working Paper n.8708
- Granger, C.W.J., [1983], Co-integrated Variables and Error Correction Models, U.C.D.S. Discussion Paper 83-13
- Granger, C.W.J., [1986], Development in the Study of Cointegrated Economic Variables, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 48, p.213-228

- Granger, C.W.J., [1987], Generalized Co-integration, Working Paper, University of California, San Diego
- Granger, C.W.J., Joyeux R., [1981], An Introduction to Long-memory Time Series and Fractional Differencing, Journal of Time Series Analysis, 1, p.15-30
- Granger, C.W.J., Newbold P., [1974], Spurious Regression in Econometrics, Journal of Econometrics, n.20
- Hallman, J., [1987], Cointegrated Systems and Error Correction, Manuscript
- Hylleberg, S., Engle R.F., Granger C.W.J., Yoo B.S., [1988], Seasonal Integration and Cointegration, Discussion Paper No. 88-32, University of California, San Diego
- Hosking, J.R.M., [1981], Fractional Differencing, Biometrika, 68, 1, p.165-176
- Johansen, S., [1987], Statistical Analysis of Cointegration Vectors, Manuscript, Institute of Mathematical Statistics, University of Copenhagen
- Nelson, C.R., Plosser C.I., [1982], Trends and Random Walks in Economic Time Series: Some Evidence and Implications, Journal of Monetary Economics, 10, p.139-162
- Newey, W.K., West K.D., [1987], A Simple Positive Semi-Definite Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, Econometrica, 55, 3, p.703-708
- Park, J.Y., Phillips P.C.B, [1986], Statistical Inference in Regressions with Integrated Processes: Part 1, Cowles Foundation Discussion Paper n.811
- Park, J.Y., Phillips P.C.B, [1987], Statistical Inference in Regressions with Integrated Processes: Part 2, Cowles Foundation Discussion Paper n.819
- Perron, P., [1986], Hypothesis Testing in Time Series Regression with a Unit Root, Unpublished Ph.D. Dissertation, Yale University
- Perron, P., [1988], Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Further Evidence from a New Approach, Journal of Economic Dynamics and Control, 12, p.297-332
- Perron, P., Phillips P.C.B., [1987], Does GNP have a unit root? A Reevaluation, Economic Letters

- Phillips, P.C.B., [1987], Asymptotic Expansion in Nonstationary Vector Autoregressions, Cowles Foundation Discussion Paper n.765
- Phillips, P.C.B., [1987], Multiple Regression with Integrated Time Series, Cowles Foundation Discussion Paper n.852
- Phillips, P.C.B., Durlauf N.S., [1986], Multiple Time Series Regression with Integrated Processes, Review of Economic Studies, 53, p.473-496
- Phillips P.C.B., Ouliaris S., [1986], Testing for Cointegration, Cowles Foundation Discussion Papers n.809
- Phillips P.C.B., Ouliaris S., [1987], Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration, Cowles Foundation Discussion Papers n.847
- Phillips P.C.B., Perron P., [1988], Testing for a Unit Root in Time Series Regression, Biometrika, forthcoming
- Said, S.E., Dickey D.A., [1984], Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order, Biometrika, 71, p.599-607
- Scientific Computing Associates, [1984], Collection of Time Series for Teaching and Research, SCA working paper No.109
- Sims C.A., Stock J.H., Watson M.W., [1987], Inference in Linear Time Series Models with Unit Roots, Manuscript, University of Minnesota
- Sims C.A., [1988], Bayesian Skepticism on Unit Root Econometrics, Journal of Economic Dynamics and Control, 12, p.463-474
- Stock J.H., Watson M.W., [1987], Does GNP have a Unit Root?, Economic Letters
- Stock J.H., [1987], Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors, Econometrica, 55, p.1035-1056
- White, H., [1984], Asymptotic Theory for Econometricians, New York, Academic Press

QUADERNI GIA' PUBBLICATI DAL DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

- N. 1 - Prof. Marco CRIVELLINI, "Vincoli organizzativi-imprenditoriali allo sviluppo: una stilizzazione all'approccio di Ancona", aprile 1983.
- N. 2 - Prof. Paolo ERCOLANI, "Prezzi relativi e sviluppo economico: un'analisi dell'evidenza empirica", luglio 1983.
- N. 3 - Prof. Riccardo MAZZONI, "Costi comparati e sviluppo regionale: un'analisi empirica", maggio 1984.
- N. 4 - Prof. Paolo ERCOLANI, "Sviluppo economico e mutamenti di struttura", ottobre 1984.
- N. 5 - Prof. Valeriano BALLONI, "Processi di integrazione nelle ristrutturazioni industriali", ottobre 1984.
- N. 6 - Prof. Franco SOTTE - Luisa QUATTRINI, Simone RUSPOLI, "Indagine sulle tipologie aziendali nell'agricoltura delle Marche", maggio 1985.
- N. 7 - Prof. Geminello ALVI, "Due scritti eterodossi sulla scienza in economia e la sua storia", maggio 1985.
- N. 8 - Dott. Luca PAPI, "Scelte e conseguenze della politica monetaria del primo dopoguerra", giugno 1986.
- N. 9 - Dott. Massimo TAMBERI, "Il modellaccio 2: analisi storica dei parametri diretti".
- N. 10 - Dott. Luca PAPI, "Dynamic specification in U.K. Demand for Money Studies", marzo 1988.
- N. 11 - Prof. Enzo PESCIARELLI, "Smith, Bentham and the Development of Contrasting Ideas on Entrepreneurship", giugno 1988.
- N. 12 - Dott. Alessandro STERLACCHINI, "Progresso tecnico, attività innovative e crescita della produttività: approcci teorici a livello inter-industriale".
- N. 13 - Prof. Carlo GIANNINI, "Cointegrazione, analisi di rango e stima consistente dello spazio di cointegrazione partendo dalle stime di un VAR in livelli", 1988.